Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Факультет: «Фундаментальные науки»
Кафедра «Физика»

Анисимов М.С.
Москвина И.Н.

Лабораторная работа М-110

Измерение ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников

Методическое руководство

Москва, 2024

Измерение ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников

1. Цель лабораторной работы

Целью лабораторной работы является изучение процессов и параметров свободных колебаний и параметров математического и физического маятников.

2. Задачи лабораторной работы

Задача лабораторной работы состоит в определении ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников.

3. Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности

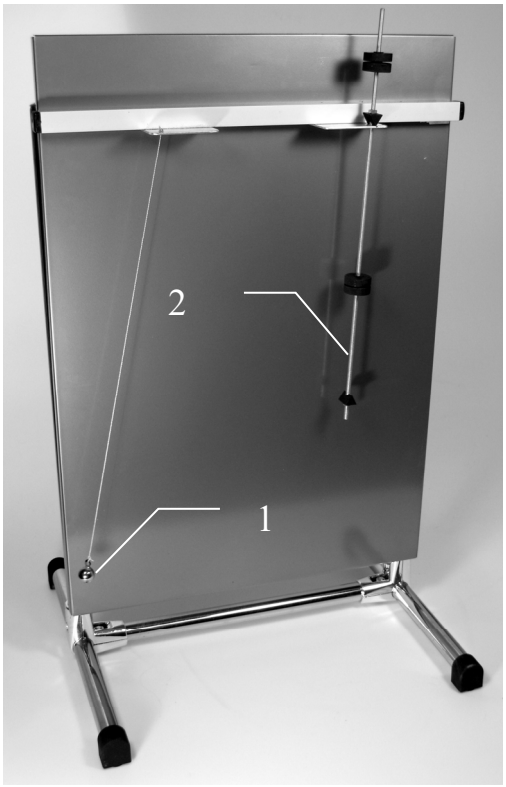

Рис.1

Лабораторный стенд (рис.1) с физической моделью математического маятника в виде металлического шарика (1), физический (оборотный) маятник (2), оптоэлектрический датчик.

К приборам и принадлежностям относятся также компьютер с необходимым программным обеспечением, соединительный кабель для подключения оптоэлектрического датчика к компьютеру, измерительная линейка.

4. Теоретическая часть

Периоды колебаний математического и физического маятников зависят от величины ускорения свободного падения g. Период колебаний T математического маятника равен:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \qquad (1)$$

где ℓ – длина нити математического маятника, точнее, расстояние от точки подвеса до центра шарика. В случае физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}}, \qquad (2)$$

где m – масса физического маятника, ℓ – расстояние от оси вращения до его центра масс, J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения.

Таким образом, для определения g с помощью математического маятника достаточно измерить его период колебаний T и длину ℓ, после чего рассчитать ускорение свободного падения g по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}, \qquad (3)$$

которая следует из (1).

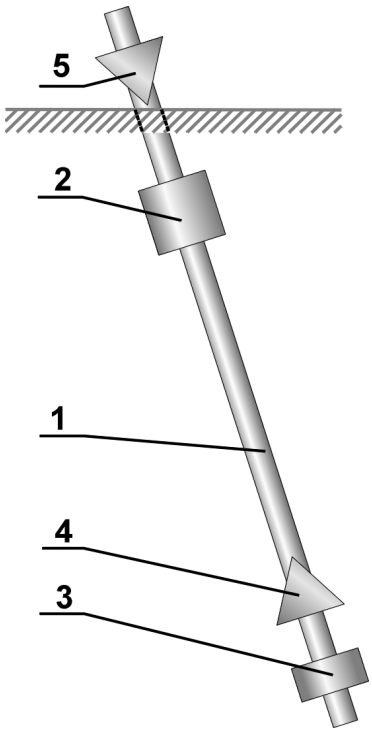

Рис. 2

Проводить измерения g с помощью произвольного физического маятника, опираясь на формулу (2), достаточно затруднительно, т. к. при этом необходимо знать точное значение его момента инерции, положение центра масс и массу. Однако существует прибор, называемый оборотным маятником, при использовании которого задача определения ускорения свободного падения сводится к измерению периода колебаний и некоторого расстояния между элементами конструкции оборотного маятника.

Оборотный маятник является физическим маятником, который устроен следующим образом (см. рис. 2). На стержне (1) закрепляются два груза (2, 3). Стержень имеет две оси вращения (4, 5), расположенные по обе стороны от центра масс системы. Оси вращения для уменьшения трения выполняют в виде

треугольных призм из твердого материала, которые следует устанавливать на специальную опору, закрепленную на подставке.

Оборотный маятник регулируется таким образом, чтобы период его колебаний при установке на одной призме равнялся периоду колебаний его на другой призме. Регулировка производится путем изменения взаимного расположения грузов и призм на стержне.

Выведем формулу периода колебаний оборотного маятника. Согласно формуле Гюйгенса – Штейнера, момент инерции J маятника относительно произвольной оси вращения равен:

$$J = J_c + m\ell^2, \qquad (4)$$

где J_c – момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс, m – масса маятника, а ℓ – расстояние от оси вращения до центра масс. После подстановки (4) в (2) формула для периода колебаний физического маятника примет вид:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_c + m\ell^2}{mg\ell}}.$$

Поскольку оборотный маятник имеет равные периоды колебаний на обеих призмах (осях), полученное соотношение используем для двух расположений маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_c + m\ell_1^2}{mg\ell_1}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_c + m\ell_2^2}{mg\ell_2}}. \qquad (5)$$

Здесь ℓ_1 и ℓ_2 – расстояния от центра масс маятника до ребра первой и второй призмы соответственно.

Возведем формулы (5) в квадрат и умножим на знаменатели правых частей:

$$\begin{aligned} T^2 mg\ell_1 &= 4\pi^2\left(J_c + m\ell_1^2\right) \\ T^2 mg\ell_2 &= 4\pi^2\left(J_c + m\ell_2^2\right) \end{aligned}.$$

Вычтем из первого равенства второе и сократим на m:

$$T^2 \cdot mg\ell_1 - T^2 \cdot mg\ell_2 = 4\pi^2 \cdot m\ell_1^2 - 4\pi^2 \cdot m\ell_2^2$$

$$T^2 g(\ell_1 - \ell_2) = 4\pi^2\left(\ell_1^2 - \ell_2^2\right).$$

Применим формулу разности квадратов в правой части:

$$T^2 g(\ell_1 - \ell_2) = 4\pi^2(\ell_1 - \ell_2)(\ell_1 + \ell_2). \qquad (6)$$

Если в (6) $\ell_1 \neq \ell_2$, что означает несимметричность расположения призм относительно центра масс маятника, то, сокращая на $(\ell_1 - \ell_2)$, получаем:

$$T^2 g = 4\pi^2 (\ell_1 + \ell_2). \qquad (7)$$

Поскольку призмы расположены по разные стороны от центра масс, то $\ell_1 + \ell_2 = \ell_0$, где ℓ_0 – расстояние между соответствующими ребрами призм (осями колебаний), или **приведенная длина оборотного маятника**.

На основании (7) легко записывается выражение для периода колебаний оборотного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}},$$

и формула для определения g:

$$g = \frac{4\pi^2 \ell_0}{T^2}. \qquad (8)$$

Еще раз подчеркнем, что в случае $\ell_1 = \ell_2$ (симметричное расположение осей колебаний относительно центра масс маятника), формулы (8) и (9) не являются справедливыми. Величина периода колебаний в этом случае зависит не только от ℓ_0 и g, но и от момента инерции маятника.

5. Описание лабораторной установки

Лабораторный стенд включает математический маятник (шарик на нити) и физический маятник (оборотный маятник).

Оптоэлектрический датчик размещают таким образом, чтобы качающиеся маятники (шарик, либо несущий стержень оборотного маятника) пересекали оптическую ось датчика. При запуске измерений датчик фиксирует моменты перекрытия и открытия оптической оси датчика. Период колебаний определяется по интервалу между передними либо задними фронтами ближайших четных, либо нечетных импульсов.

6. Порядок проведения лабораторной работы

1. Внесите в таблицу 1 данные о длине подвеса математического маятника ℓ и приведенной длине оборотного маятника ℓ_0, измерив линейкой расстояние от подвеса до середины шарика и расстояние между двумя призмами оборотного маятника на Вашей лабораторной установке.

Таблица 1

$\ell = \ldots \pm 2$ мм;	$\ell_0 = \ldots \pm 1$ мм

2. Соберите лабораторную установку, поместив оптический датчик на пути качания выбранного маятника.
3. Подключите оптоэлектрический датчик к USB – входу компьютера.
4. После включения компьютера запустите программу «Практикум по физике». На панели устройств выберете соответствующий сценарий проведения эксперимента (Alt+C) .
5. Запустите измерения для выбранного датчика (Ctrl+S)  и приведите в движение математический/физический маятник.
6. После записи нескольких (5-6) пересечений оптической оси датчика остановите измерения (Ctrl+T) .
7. Проведите обработку полученных данных в соответствии со сценарием, для чего:
   - ✓ выделите область из 5-6 импульсов перекрытия для ее детального просмотра с увеличенным масштабом (Alt+левая кнопка мыши);
   - ✓ измерьте период колебаний маятника по передним или задним фронтам соседних четных (либо нечетных) импульсов перекрытий путем постановки желтого (левая клавиша мыши) и зеленого маркера (правая клавиша мыши) на соответствующие фронты импульса перекрытия.
8. Выполните измерения периода 5 раз, используя различные фронты разных импульсов. Результаты измерений запишите в таблицу 2.
9. Повторите пп. 5-8 для другого маятника. Результаты измерений запишите в таблицу 2.

Таблица 2

k, номер опыта	Период математического маятника $T_{км}$, с	Ускорение свободного падения (3) $g_{км}$, м/с	Среднее ускорение свободного падения (3) $\langle g_м \rangle$, м/с	Период физического маятника $T_{кф}$, с	Ускорение свободного падения (8) $g_{кф}$, м/с	Среднее ускорение свободного падения (8) $\langle g_ф \rangle$, м/с
1						
2						
3						
4						
5						

7. Обработка результатов измерений

1. Используя полученные результаты, определите ускорение свободного падения g_k для каждого из пяти опытов как для математического, так и для физического (оборотного) маятников.
2. Найдите средние значения ускорения свободного падения для этих экспериментов ($<g_м>$ и $<g_ф>$).
3. Используя правила оценки погрешностей косвенных измерений, определите погрешности оценок ускорения свободного падения для этих экспериментов ($\Delta g_м$ и $\Delta g_ф$).

   Сравните полученные результаты.

4. Запишите окончательный результат работы в виде

$$g_м = <g_м> \pm \Delta g_м) \text{ м/с}^2, \ \delta g_м = \ldots \%,$$
$$g_ф = <g_ф> \pm \Delta g_ф) \text{ м/с}^2, \ \delta g_ф = \ldots \%,$$

   где вместо $<g>$ и Δg следует подставить полученные Вами численные значения этих величин, а δg указывает относительную погрешность Ваших измерений.

8. Указания по технике безопасности

1. Перед выполнением работы получите инструктаж у лаборанта.
2. Соблюдайте общие правила техники безопасности работы в лаборатории "Физика".

3. Осторожно обращайтесь с оборотным маятником. Не допускайте падений и ударов маятника, это может нарушить его регулировку.

9. Контрольные вопросы

1. Дайте определение колебательного процесса.
2. Перечислите параметры колебаний.
3. Дайте определения для основных параметров колебаний (амплитуда, частота, фаза, период).
4. Что такое гармонические колебания?
5. Что такое математический маятник?
6. Что такое физический маятник?
7. Что такое оборотный маятник?
8. Что называется приведенной длиной физического маятника?
9. Напишите уравнение движения при гармонических колебаниях.
10. Выведите формулу для периода колебаний математического маятника.
11. Выведите формулу для периода колебаний физического маятника
12. Покажите, что период колебаний физического маятника не зависит от его массы.