Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Факультет: «Фундаментальные науки»
Кафедра «Физика»

Мединцева Т.В.

Лабораторная работа М-115

Маятник Максвелла

Методическое руководство

Москва, 2024

Маятник Максвелла

1. Цель лабораторной работы

Изучение движения твердого тела на примере Маятника Максвелла.

2. Задачи лабораторной работы

- Определение момента инерции осесимметричного твердого тела в виде диска на основе данных эксперимента, расчет момента инерции твердого тела и сравнение полученных результатов.
- Определение доли механической энергии, теряемой в системе за один цикл движения (период колебаний) маятника Максвелла.

3. Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности

Маятник Максвелла представляет собой диск, неподвижно установленный на оси. На концах оси симметрично относительно диска закрепляются нити, с помощью которых маятник подвешивается к неподвижной конструкции. При вращении оси нити могут наматываться на ось или разматываться, обеспечивая тем самым перемещение маятника вверх и вниз. Если, намотав нити на ось, поднять маятник на некоторую высоту и отпустить его, то он начнет совершать колебательное движение в поле силы тяжести. В нижней точке маятник приобретает наибольшую скорость

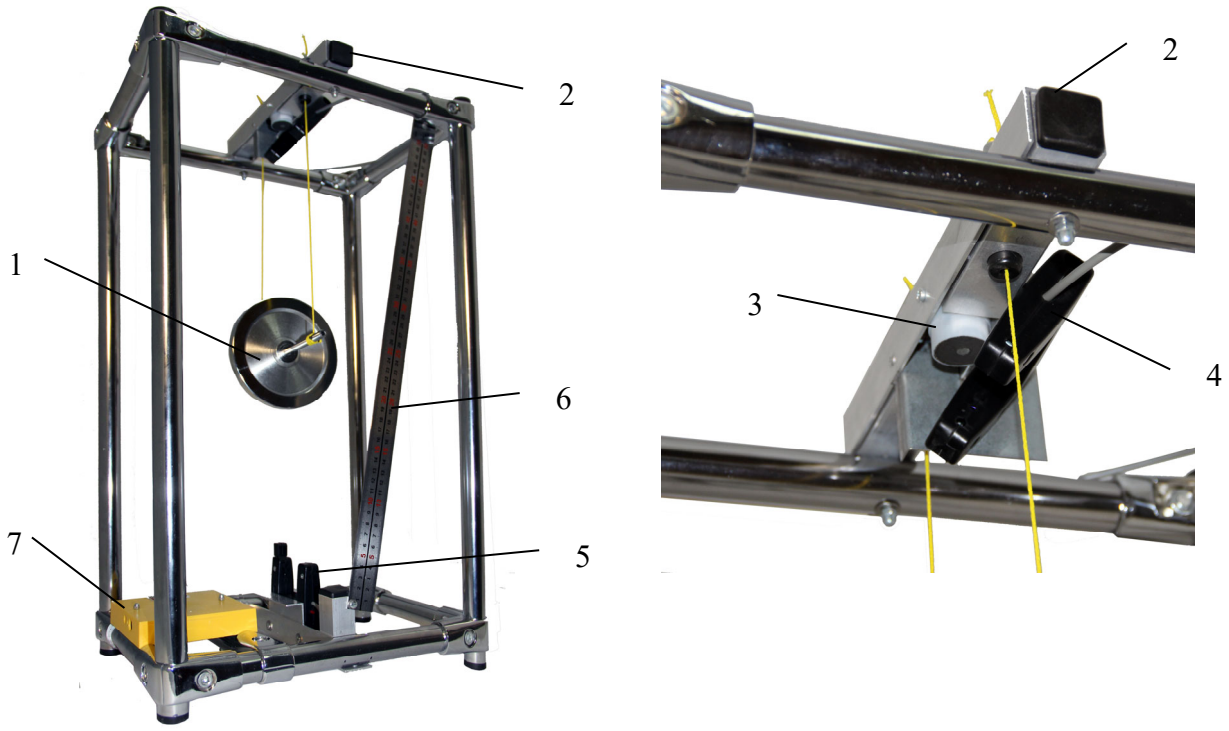


Рис. 1

вращения, и, продолжая вращаться по инерции, снова поднимается на некоторую высоту за счет наматывания нитей на ось. После достижения верхней точки, где скорость вращения маятника становится равной нулю, он начинает движение вниз, изменяя при этом направление вращения.

Лабораторная установка (рис.1) включает диск маятника 1 подвешенный к верхней горизонтальной перекладине 2, винты регулирования длины нитей подвеса, а также пусковое устройство 3 на основе электромагнита и блок питания.

К приборам и принадлежностям относятся верхний оптоэлектрический датчик 4, нижний оптоэлектрический датчик 5, поворотная линейка 6, электронный блок установки 7 и компьютер с необходимым программным обеспечением.

Оптоэлектрические датчики используются для фиксации моментов времени начала движения и прихода диска на определенную высоту вблизи нижней точки траектории. Поворотная линейка служит для измерения перемещения оси вращения диска при движении от верхней точки до точки, в которой срабатывает нижний оптоэлектрический датчик. Линейка фиксируется в нерабочем положении с помощью постоянного магнита.

4. Теоретическая часть

Схема сил, действующих на ось маятника, показана на рис. 2. Движение маятника осуществляется под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нитей $\vec{N}$.

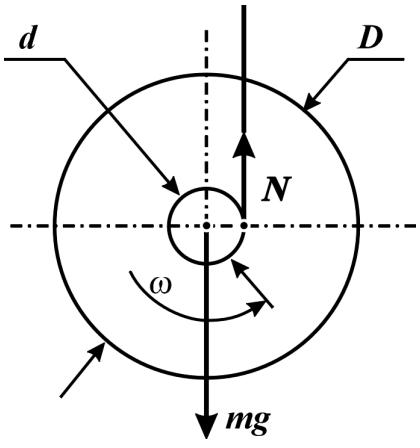


Рис. 2

Движение маятника является равноускоренным до тех пор, пока нити хотя бы частично намотаны на вал. При этом угловая скорость ω вращения

диска вокруг оси, и линейная скорость v геометрической оси диска связаны между собой соотношением:

$$v = \frac{d}{2}\omega\,, \qquad (1)$$

где d - диаметр вала. Иными словами, скорость движения центра масс маятника равна скорости сматывания нитей с вала.

Кинетическая энергия диска равна:

$$T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{Jv^2}{2\cdot\left(d/2\right)^2} + \frac{mv^2}{2} = \left(\frac{2J}{d^2} + \frac{m}{2}\right)v^2 \qquad (2)$$

где J -момент инерции маятника.

В соответствии с законом сохранения энергии при движении в поле силы тяжести кинетическая энергия маятника, который опустился с высоты h, равна его потенциальной энергии на этой высоте, поэтому можно записать:

$$mgh = \left(\frac{2J}{d^2} + \frac{m}{2}\right)v^2 \qquad (3)$$

При равноускоренном движении скорость v выражается через высоту падения h и время движения t на основании кинематических соотношений:

$$v = a\cdot t \quad \text{и} \quad h = \frac{a\cdot t^2}{2} \qquad (4)$$

где a- ускорение, с которым движется центр масс диска. Из формул (4) следует

$$v = \frac{h}{2}t \qquad (5)$$

Подставив (5) в уравнение (3) и решив его относительно J, получим расчетную формулу для определения момента инерции маятника Максвелла относительно его оси симметрии на основе данных эксперимента:

$$J = \frac{m\,d^2}{4}\left(\frac{g\,t^2}{2h} - 1\right) \qquad (6)$$

Отметим, что эта формула также может быть получена с помощью уравнений динамики.

Для расчета момента инерции маятника Максвелла на основе его геометрических характеристик рекомендуется использовать формулу для момента инерции толстостенной трубы (7, 8), частным случаем которой является формула для момента инерции цилиндра. Ввиду того, что толщина диска не является постоянной, его следует представить как набор полых и сплошных цилиндров, для каждого из которых момент инерции рассчитывается отдельно, а затем результаты суммируются.

$$J_z = \frac{1}{2}m\left(r_1^2 + r_2^2\right) \qquad (7)$$

или с использованием плотности ρматериала:

$$J_z = \frac{1}{2}\pi\rho h\left(r_2^4 - r_1^4\right) \qquad (8)$$

Обозначения для (7) и (8) приведены на рис. 3.

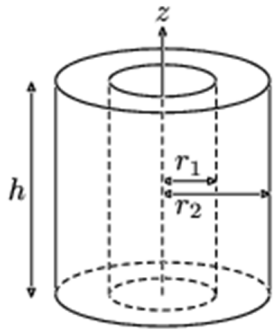


Рис. 3

Поскольку движение маятника Максвелла во всех точках траектории кроме нижней происходит с постоянным ускорением, изменение интервала времени между уходом датчика из окрестности нижней точки и возвратом на тот же уровень может характеризовать уменьшение механической энергии маятника в процессе движения. Действительно, диск маятника в первый раз уходит с уровня h_0, двигаясь вверх со скоростью v_1 , поднимается на высоту h_1 и снова опускается на уровеньh_0. При следующем подъеме вверх диск проходит высоту h_0, имея скорость v_2, поднимается на меньшую высоту (h_2) и снова опускается на уровеньh_0. Время, которое диск находится выше h_0 в первом случае составляет$\tau_1=2\cdot v_1/a$, а во втором случае равно $\tau_2=2\cdot v_2/a$ (т.е. рассматриваемый интервал времени прямо пропорционален начальной скорости). Здесь использовано первое из соотношений (4), а множитель «2» отражает то, что при равноускоренном движениисускорением, направленным вниз, время движения тела верх равно времени его движения вниз(т.е. полное время равно удвоенному времени движения вверх). Согласно (2), кинетическая энергия маятника пропорциональна квадрату его скорости. Поэтому относительное изменение кинетической энергии диска за один цикл движения составляет:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2 - 1 \qquad (9)$$

Поскольку последнее выражение содержит только интервалы времени, в течение которых диск находился выше определенного уровня, то для получения относительного изменения кинетической энергии в эксперименте достаточно измерить интервалы времени, в течение которых маятник находится выше нижнего оптоэлектрического датчика. Т.к. кинетическая энергия диска уменьшается, то выражение (9) будет иметь отрицательный знак.

5. Описание лабораторной установки

Регистрация промежутков времени в работе осуществляется с помощью оптоэлектрических датчиков. Датчики выдают сигнал при каждом изменении их состояния (открывание или перекрытие оптической оси каким-либо предметом, в данном случае – диском маятника). Нижний оптоэлектрический датчик жестко закреплен в установке, а верхний является подвижным за счет того, что он устанавливается на стальной пластине и крепится к ней с помощью магнитов. Положение этого датчика должно подстраиваться перед каждым запуском движения маятника. На корпусе датчика имеется светодиод, который включается при перекрытии оптической оси датчика диском маятника. Перед запуском диск маятника подвешивается к электромагниту. Далее датчик устанавливается таким образом, чтобы его

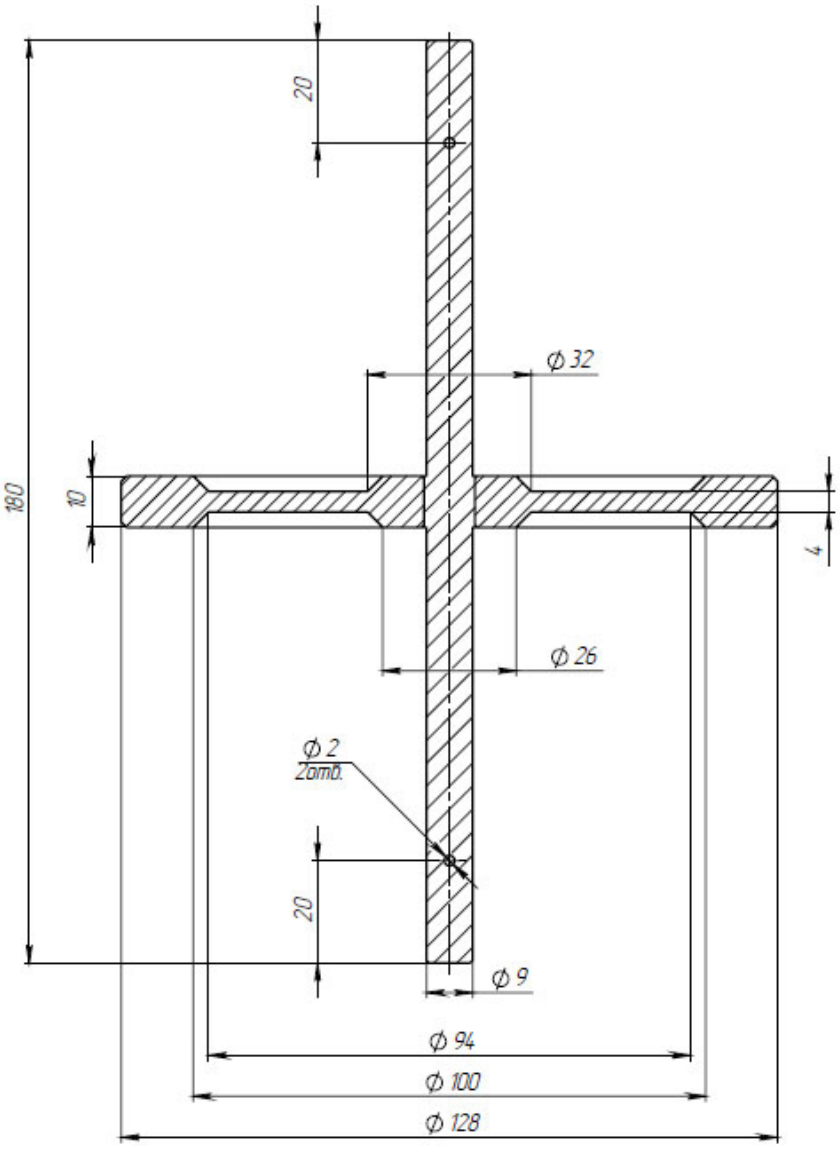


Рис. 4

оптическая ось перекрывалась верхней частью диска, а затем сдвигается вверх до тех пор, пока светодиод не погаснет. После этого датчик медленно сдвигается обратно и останавливается, как только светодиод снова включится. Это означает, что датчик сработает (откроется), как только диск начнет движение после выключения электромагнита.

Геометрические параметры маятника, необходимые для расчета его момента инерции, приведены на рис. 4. Маятник изготовлен из стали, его полная масса указана на наклейке на корпусе установки.

Обратите внимание, что эффективный диаметр оси маятника, используемый в формулах, связывающих угловую скорость вращения диска и линейную скорость движения его центра масс, отличается от геометрического значения на диаметр (толщину) нити. Диаметр применяемой в работе нити в натянутом состоянии составляет 1.0 мм.

6. Порядок проведения лабораторной работы

1. Проверьте регулировку длины нитей подвеса маятника Максвелла. Ось свободно висящего маятника должна быть горизонтальной, а кромка диска при полностью размотанных нитях должна быть на 5 мм выше металлических ограничителей хода маятника, защищающих корпус оптоэлектрического датчика.
2. С помощью соединительного кабеля подключите электронный блок установки к USB-порту компьютера. Кабель блока питания (сетевого адаптера) в соответствующий разъем электронного блока, после чего включите блок питания в сеть.
3. Запустите программу «Практикум для ВУЗов», выберите сценарий «Маятник Максвелла» и дождитесь появления на экране окна проведения измерений.
4. Нажмите экранную кнопку включения электромагнита пускового устройства . При этом на электромагнит будет подано напряжение питания, и кнопка останется во «включенном» состоянии.
5. Намотайте нити на вал и подвесьте маятник к магниту. Когда электромагнит удерживает маятник, нити подвеса не должны быть чрезмерно натянуты и не должны провисать.
6. Отрегулируйте положение верхнего оптоэлектрического датчика и нажмите экранную кнопку «Пуск» . При этом на экране начнет записываться диаграмма состояния датчиков, изменения уровня которой соответствуют изменению состояния (открытию или перекрытию) оптоэлектрических датчиков.
7. Остановите руками движение маятника после прохождения им нижней точки и нажмите экранную кнопку «Стоп» .Верните на экран начальный участок диаграммы состояния датчиков. Сдвиг по оси времени осуществляется с помощью мыши при нажатой клавише «Ctrl».
8. По временной диаграмме на экране компьютера определите время движения маятника. Для этого установите зеленый маркер на точку

изменения состояния первого датчика (устанавливается в месте, обозначенном указателем мыши при нажатии правой клавиши мыши), а желтый маркер – на точку изменения состояния другого датчика (устанавливается в месте, обозначенном указателем мыши при нажатии левой клавиши мыши).

9. Нажмите кнопку  в правом верхнем углу поля диаграммы, тем самым Вы перенесете измеренное значение времени (оно появилось в строке над полем диаграммы после установки второго маркера) на вкладку «Таблица» Окна обработки.
10. Повторите измерения по пунктам 4 - 9 еще 4 раза. При повторном пуске компьютер запросит разрешение на стирание данных из заполненной таблицы. До завершения серии измерений следует нажимать кнопку «Нет».
11. Среднее значение времени (предпоследняя строка таблицы Окна обработки) и средне квадратичное отклонение (последняя строка) впишите в Таблицу 2.
12. При помощи линейки определите высоту падения маятника ***h***. Повернув линейку в вертикальное положение, измерьте координату центра оси маятника, когда он висит на магните. После этого, поддерживая маятник руками, опускайте его до тех пор, пока не загорится светодиод на нижнем датчике. В этой точке также зафиксируйте координату оси маятника. Высота падения маятника соответствует разности координат центра оси. Обратите внимание на погрешность определения ***h***.
13. Рассчитайте значение разности координат оси маятника и внесите ее таблицу 2. Там же укажите погрешность измерения высоты падения маятника.
14. Для определения доли механической энергии, теряемой системой за один период колебаний, выполните регистрацию данных на протяжении 2-3 периодов колебаний. Увеличьте предел оси OX до 20с (кнопка «X» в верхней строке поля диаграммы). Верхний оптоэлектрический датчик в этих измерениях не используется, и его не обязательно устанавливать для фиксации начала движения. После завершения измерений остановите руками движение маятника и выключите регистрацию данных (кнопка «Стоп»).
15. С помощью маркеров измерьте интервал времени, соответствующий подъему маятника от точки срабатывания нижнего датчика до возвращения его к этой точке. Для этого установите желтый вертикальный маркер (устанавливается в месте, обозначенном указателем мыши при нажатии левой клавиши мыши) на правую границу выбранного участка диаграммы, а зеленый маркер – на левую границу (зеленый маркер устанавливается при нажатии правой клавиши мыши). Значение интервала времени между маркерами выводится в строке над диаграммой состояния датчиков. Впишите полученное значение в Таблицу 1:

Таблица 1.

Номер «периода»	1	2	3	4
Время движения, с				
Относительное изменение энергии, %				

16. Переставляя маркеры на точки, соответствующие следующим циклам движения вверх-вниз, заполните остальные ячейки второй строки Таблицы 1.

7. Обработка результатов измерений

Таблица 2.

$t_{ср}, c$	σ, с	h, м	Δh, м	$J_{эксп}$, $кг \cdot м^2$	$\Delta J_{эксп}$, $кг \cdot м^2$	$J_{расч}$, $кг \cdot м^2$	$\Delta J_{расч}$, $кг \cdot м^2$

1. Определите момент инерции маятника. Расчет проводится по формуле (6) с использованием характеристик маятника (масса и диаметр осис учетом толщины нити), высоты падения и времени падения. Полученный результат впишите в Таблицу 2 ($J_{эксп}$).
2. Оцените погрешность определения момента инерции на основе данных эксперимента и внесите его в таблицу.
3. Рассчитайте момент инерции маятника на основе его геометрических размеров и массы. Внесите результаты в Таблицу 2.
4. Сопоставьте результаты расчета и эксперимента.
5. На основании данных по продолжительности первого и последующих «периодов» колебаний, рассчитайте отношения кинетической энергии, теряемой маятником за «период», к его кинетической энергии в начале колебания. Внесите результаты, полученные для нескольких циклов движения вверх-вниз, в третью строку Таблицы 1.

8. Указания по технике безопасности

1. Перед выполнением работы получите инструктаж у лаборанта.
2. Соблюдайте общие правила техники безопасности работы в лаборатории "Физика".
3. Перед проведением опыта проверьте целостность нитей подвеса маятника и их длину.
4. Не допускайте раскачки горизонтальных колебаний маятника, которые могут привести к ударам диска по корпусу нижнего датчика. Необходимо руками останавливать движение маятника сразу после регистрации всех необходимых данных.

9. Контрольные вопросы

1. Опишите устройство лабораторной установки.
2. На основании рис.2 составьте систему уравнений, описывающих движение маятника Максвелла.
3. Представьте еще один вариант разбиения использовавшегося в работе маятника на тела вращения более простой формы и обоснуйте оптимальность выбранного Вами варианта теоретического расчета момента инерции маятника.
4. Оцените погрешность теоретического расчета, связанную с упрощением реальной формы маятника.
5. Какую потенциальную энергию имеет маятник в момент перекрытия им нижнего оптоэлектрического датчика (относительно положения, когда нити полностью размотаны)? Какую часть эта энергия составляет от начальной потенциальной энергии маятника?