

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ
ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ /2009г

РЛ-1,6 ИУ-10 2курс, 4 сем.

1. Пространства основных и обобщённых функций $D(R)$ и $D'(R)$. Примеры основных и обобщённых функций.
2. Сходимость в пространстве $D'(R)$ – слабая сходимость функций. Пример слабо сходящейся последовательности функций и её слабого предела.
3. Действия над обобщёнными функциями: линейная комбинация, умножение на гладкую функцию, линейная замена переменных.
4. Дифференцирование обобщённых функций. Производные дельта-функции Дирака.
5. Определение и основные свойства дельта-функции Дирака. Связь между дельта-функцией и единичной функцией Хевисайда.
6. Преобразование Фурье, его основные свойства. Обратное преобразование Фурье. Формула преобразования Фурье обобщённых функций.
7. Понятие фундаментального решения линейного дифференциального оператора. Связь фундаментального решения линейного дифференциального оператора L с решением уравнения $Lu=f$.
8. Уравнение Лапласа. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве, на плоскости.
9. Третья Формула Грина. Интегральное представление решения уравнения Пуассона в области.
10. Объёмный потенциал и его свойства.
11. Гармонические функции. Интеграл от нормальной производной по замкнутой поверхности. Формула среднего значения. Принцип максимума.
12. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Свойства решений внутренних задач Дирихле и Неймана.
13. Выражение решения уравнения Лапласа через функцию Грина и краевые условия.
14. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
15. Метод функции Грина решения задачи Неймана для уравнения Лапласа.
16. Понятие и основные свойства гильбертова пространства. Примеры гильбертовых пространств.
17. Понятие самосопряжённого оператора в гильбертовом пространстве. Собственные значения, собственные векторы.
18. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства оператора Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля.
19. Гамма-функция Эйлера, её свойства.
20. Уравнение Бесселя, его частные решения. Функции Бесселя и Неймана.
21. Ортогональность функций Бесселя. Формулы квадрата нормы для граничных условий первого и второго рода.
22. Уравнение Лежандра, полиномы Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Разложение в ряды по собственным функциям.
23. Присоединённые функции Лежандра. Ортогональность присоединённых функций Лежандра. Разложение в ряды по собственным функциям.
24. Разделение переменных в уравнении Лапласа в цилиндрических координатах. Построение собственных функций.
25. Разделение переменных в уравнении Гельмгольца в сферических координатах. Построение собственных функций.
26. Волновое уравнение как уравнение колебаний струны.
27. Волновое уравнение для электромагнитных волн
28. Частные решения волнового уравнения: плоская монохроматическая волна, сферическая монохроматическая волна.
29. Комплексная амплитуда монохроматической волны как решение уравнения Гельмгольца.
30. Уравнение Гельмгольца. Фундаментальное решение уравнения Гельмгольца.
31. Интегральное представление решения уравнения Гельмгольца. Формула Кирхгофа.
32. Метод функции Грина решения первой краевой задачи (Дирихле) для уравнения Гельмгольца.
33. Условия излучения Зоммерфельда для уравнения Гельмгольца в неограниченной области.
34. Частные решения волнового уравнения: цилиндрические волны. Функции Ханкеля.