

**Вопросы для подготовки к экзамену для ИУ-6 (1-й курс 2-й семестр)
по ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ и ФУНКЦИЯМ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ / 2009г.**

ВНИМАНИЕ! Теоремы, критерии, следствия, свойства, условия необходимо знать с доказательствами, а формулы для вычисления — с их выводом. Ссылки по линейной алгебре даны на главы учебника: Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

Глава 1

- Определение линейного пространства.
- Свойства линейного пространства.
- Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов.
- Необходимое и достаточное условие линейной зависимости.
- Определение базиса. Теорема о единственности разложения.
- Линейные операции в координатной форме.
- Определение размерности, теоремы о ее связи с понятием базиса.
- Определение матрицы перехода, преобразование координат вектора при замене базиса.

Глава 2

- Определение линейного подпространства. Примеры. Линейная оболочка векторов.
- Определения и теоремы о сумме и пересечении линейных подпространств.
- Определение прямой суммы линейных подпространств и соответствующее необх. и дост. условие.
- Теорема о размерности суммы линейных подпространств.
- Определение ранга системы векторов, теорема о нем и вычисление.

Глава 3

- Определение евклидова пространства и свойства скалярного произведения.
- Доказательство неравенства Коши-Буняковского.
- Определение нормированного пространства и нормы. Введение нормы в евклидовом пространстве.
- Определение ортогональной системы векторов и ее свойство.
- Определение ортогонального и ортонормированного базисов. Вычисления в ортонорм. базисе.
- Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса.

Глава 4

- Определение линейного оператора, примеры.
- Определение матрицы линейного оператора и ее основное свойство.
- Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Подобные матрицы, их свойство.
- Произведение линейных операторов и его матрица.

Глава 5

- Определения характеристических многочленов и уравнений матрицы и линейного оператора.
- Определения собственных векторов и собственных значений линейного оператора и матрицы, собственного подпространства.
- Теорема о связи собственных значений и характеристического уравнения.
- Вычисление собственных векторов и собственных значений линейного оператора и матрицы.
- Теорема о линейной независимости собственных векторов.
- Теорема о матрице линейного оператора в базисе из собственных векторов. Следствие для матриц о приводимости к диагональному виду.

Глава 6

- Определение сопряженного оператора, теоремы о его существовании, единственности и о его матрице.
- Определение самосопряженного оператора.
- Теоремы о корнях характеристического уравнения самосопряженного оператора.
- Теоремы о собственных векторах самосопряженного оператора.
- Теорема о приводимости матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду (общий случай без доказательства). Следствие для матриц.

Глава 7

- Определение и свойства ортогонального оператора.
- Определение ортогональной матрицы и ее свойства.
- Теоремы о связи ортогональных матриц с преобразованиями ортонормированных базисов.
- Ортогональное преобразование матрицы. Теорема о приведении симметрической матрицы к диагональному виду ортогональным преобразованием.

Глава 8

- Квадратичные формы, их матрицы и ранг. Вырожденные и невырожденные квадратичные формы.
- Преобразование матрицы квадратичной формы при линейных заменах переменных.
- Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа.
- Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
- Формулировка и вывод закона инерции.

- Определения различных типов квадратичных форм и их связь с собственными значениями матриц квадратичных форм.
- Формулировка критерия Сильвестра.

Глава 9

- Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
- Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.

ВНИМАНИЕ! Ссылки по функциям многих переменных даны на главы учебника:

Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.

Глава 1

- Определения ε -окрестности точки из R^n , открытых, замкнутых и ограниченных множеств, границы множества, окрестности точки и множества, компакта, линейно связного множества, области в R^n .
- Определения векторных и скалярных функций многих переменных (ФМП), координатных функций, графика и поверхности уровня ФМП.
- Определение предела векторной ФМП в точке, его свойства и теорема о связи с пределами координатных функций.
- Определения векторных ФМП непрерывных в точке, на множестве, их свойства и теорема о их связи с непрерывностью координатных функций.
- Определение непрерывности векторной ФМП по части переменных и ее связь с непрерывностью векторной ФМП (по всем переменным).
- Формулировка свойств ФМП, непрерывных на компакте.

Глава 2

- Определение частных производных первого порядка векторной ФМП, и теорема о связи с частными производными координатных функций.
- Матрица Якоби векторной ФМП.
- Геометрическая интерпретация частных производных скалярной ФМП.
- Определение дифференцируемости векторной ФМП и его связь с дифференцируемостью координатных функций.
- Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости ФМП.
- Теорема о дифференцируемости сложной ФМП. Правило дифференцируемости сложной ФМП.
- Определение дифференциала ФМП и теорема об инвариантности формы его записи.

Глава 3

- Определение частных производных второго порядка скалярной ФМП, матрица Гессе.
- Теоремы о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.
- Определение частных производных и дифференциалов высшего порядка скалярной ФМП.
- Формулы Тейлора и Маклорена ФМП.
- Приложения для приближенных вычислений.

Глава 4

- Понятие о неявной функции.
- Случай одного уравнения с двумя неизвестными, формулировка теоремы о неявной функции и вывод формулы для ее производной.
- Формулировка теоремы о неявной функции в общем случае, вывод формулы для ее матрицы Якоби.
- Теорема об обратной функции.

Глава 5

- Определение производной по направлению, теорема о ее существовании и формула ее вычисления.
- Определение градиента, его свойства.
- Касательная плоскость и нормали к поверхности, условия их существования и вывод их уравнений.
- Геометрическая интерпретация дифференциала ФМП.

Глава 6

- Определение локального экстремума скалярной ФМП.
- Теорема о необходимых условиях существования локального экстремума скалярной ФМП.
- Стационарные и критические точки скалярной ФМП.
- Теорема о достаточных условиях существования локального экстремума скалярной ФМП.
- Достаточные условия существования локального экстремума скалярной функции двух переменных.

Глава 7

- Определение условного локального экстремума скалярной ФМП.
- Теорема о необходимых условиях существования условного локального экстремума скалярной функции двух переменных. Функция и множитель Лагранжа, геометрическая интерпретация.
- Теорема о необходимых условиях существования условного локального экстремума скалярной ФМП. Функция и множители Лагранжа.
- Формулировка теоремы о достаточных условиях существования локального условного экстремума скалярной ФМП.