

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

РК-6, 3-й семестр 2011-2012.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

Модуль 1. Графы

1. Понятия графа; вершины, ребра, степени вершин. Изоморфизм двух графов. Способы задания графа (матрица смежности, список смежности).
2. Путь в графе; связные графы, компонента связности, дерево.
3. Взвешенные графы. Диаметр, радиус и центр взвешенного графа. Построение дерева кратчайших путей; построение остова наименьшего веса.
4. Сложение циклов по модулю 2; пространство циклов; построение фундаментальной системы циклов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы.
5. Раскраска графа; построение хроматического многочлена; способ экономной раскраски графа.
6. Ориентированные графы (орграфы). Матрица смежности орграфа. Множество достижимости; конденсация графа.
7. Бинарные отношения на множестве: рефлексивные, симметричные и транзитивные. Отношения. Отношения эквивалентности, разбиение множества на классы эквивалентности.

Модуль 2. Формальные языки и автоматы

8. Понятия формального языка; операции над языками; регулярные языки и регулярные выражения.
9. Понятие источника и порождаемого им языка. Построение источника по регулярному выражению. Построение регулярного выражения по данному источнику.
10. Детерминирование источника.
11. Автомат, его представление посредством таблицы и ориентированного графа. Отображение языков, производимое автоматом.
12. Эквивалентность автоматов. Построение минимального автомата, эквивалентного данному. Построение муровского автомата (т.е. автомата Мура), эквивалентного данному.
13. Грамматика и порождаемый ею язык. Построение источника по грамматике и грамматики по источнику.

Модуль 3. Булевы функции и комбинаторика

14. Булевы векторы и их нумерация; булев куб.
15. Табличный и векторный способы задания булевой функции. Таблицы основных булевых функций.
16. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы (ДНФ и КНФ). Носитель булевой функции. Носитель элементарной конъюнкции и ДНФ.
17. Понятие сложности ДНФ и минимальной ДНФ. Импликанты и простые импликанты. Построение всех простых импликант путем последовательного объединения граней булева куба. Методы построения минимальной ДНФ. Совершенная ДНФ.
18. Многочлены Жегалкина. Представление булевой функции в виде многочлена Жегалкина.
19. Операции переименования и суперпозиции. Понятие полноты функционального класса. Классы Поста. Теорема Поста о полноте функционального класса.
20. Контактные схемы. Нахождение функции проводимости контактной схемы. Схемы из функциональных элементов
21. Декартово произведение множеств; формула произведения. Написать и вывести формулы для числа различных выборов, перестановок и сочетаний. Написать и вывести формулу для количества: (а) всех функций вида $f : \{1; 2; \dots, m\} \rightarrow \{1; 2; \dots, n\}$; (б) всех монотонных функций указанного вида.
22. Написать и вывести Формулу для Бинома Ньютона.
23. Написать, вывести и пояснить формулу включений – исключений.
24. Решение линейных рекуррентных соотношений. Последовательность Фибоначчи.

Дополнительные вопросы и задачи (сверх обязательной программы)

Студенты могут подготовить по своему желанию.

1. Матрица инцидентности графа.
2. Методы обхода вершин графа: поиск в ширину и в глубину.
3. Нарисовать все попарно не изоморфные деревья с четырьмя вершинами.
4. Дан связный граф с пятью вершинами. Какое наименьшее число рёбер он может иметь?
5. Отношения частичного и полного порядка на множестве.
6. Найдите булеву функции, образующую полный класс.
7. Язык в алфавите $\{a; b\}$ состоит из все слов, в которых правее любой буквы a стоит выражение b^2 .
Запишите регулярное выражение для этого языка.
8. Определение функции Эйлера $\varphi(n)$. Вывести формулу для неё.
9. Построить автомат, который перевел бы слово $abba$ в слово $ууух$. Желательно, чтобы число вершин (состояний) было как можно меньше.
10. Найти количество чисел из множества $\{2; 3; \dots; 59; 60\}$, делящихся хотя бы на одно из чисел: 4, 5, 24, 30.