

Экзаменационный билет № 1 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Случайные события. Определение вероятности. (5 баллов)
2. Найти распределение дискретной случайной величины ξ , принимающей значения x_1 с вероятности 0,5 и x_2 , если $M(\xi) = 1,4$; $D(\xi) = 0,49$. (5 баллов)
3. Найти распределение случайной величины $Z = X + Y$, если
 $X_i: 10 \quad 12 \quad 16 \quad Y_i: 1 \quad 2$
 $p_i: 0,4 \quad 0,1 \quad 0,5 \quad q_i: 0,8 \quad 0,2$ (5 баллов).

Модуль 2: Математическая статистика

4. Точечные оценки параметров распределения, их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность. Оценки генеральной и выборочной дисперсии. (6 баллов)
5. Найти интервальную оценку дисперсии вариационного ряда
 $X_i: 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18$
 $N_i: 5 \quad 10 \quad 30 \quad 10$ при доверительной вероятности $\beta = 0,95$.
(5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 2 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Случайная величина (дискретная, непрерывная). Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения случайной величины. (5 баллов)
2. Задана плотность вероятности случайной величины $X: f(x) = 0,5 \sin x$, при $x \in (0, \pi)$; $f(x) = 0$, при $x \notin (0, \pi)$, найти плотность распределение случайной величины $Y = 0,5x^2$. (5 баллов)
3. Случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют пуассоновское распределение. При этом $M(\xi_1) = 1$, $M(\xi_2) = 9$. Найти $D(3\xi_1 - 2\xi_2 - 3)$, если коэффициент корреляции $\rho(\xi_1, \xi_2) = -0,8$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Методом моментов найти оценки параметров α и β плотности
 $f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} e^{-x/\beta}; x \geq 0$. (6 баллов)
5. Найти интервальную оценку математического ожидания с уровнем доверия $\gamma = 0,9$, если при $n = 10$ измерениях получено $\bar{x} = 15$ и $\bar{\bar{S}}^2 = 3$ (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 3 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Биномиальный закон распределения, его математическое ожидание и дисперсия. (5 баллов)
2. Определить значение константы C и записать функцию распределения $F(x)$ по заданной функции плотности вероятности

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \sin 3x, & \text{если } x \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}] \\ 0, & \text{если } x \notin (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}] \end{cases}. \quad (5 \text{ баллов})$$

3. Восстановить закон распределения дискретной случайной величины ξ принимающей значения 1; -2 и 3, если $M(\xi) = 0,3$; $D(\xi) = 5,61$. (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Метод максимума правдоподобия (ММП). Точечные оценки параметров в ММП для нормального закона распределения. (6 баллов)
5. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить равенство оценки $\bar{x} = 15$ при $n = 20$ и числа 13, если $s^2 = 4$. (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 4 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Закон распределения Пуассона, его математическое ожидание и дисперсия. (5 баллов)
2. Задана непрерывная двумерная случайная величина, распределенная равномерно в треугольнике с вершинами: $A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $C(1; 1)$. Найти плотности составляющих и условные математические ожидания $M(X|Y)$ и $M(Y|X)$. (5 баллов)
3. Случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют экспоненциальное распределение. При этом $M(\xi_1) = 2$; $M(\xi_2) = 5$. Найти $D(5\xi_1 - 3\xi_2 + 4)$, если коэффициент корреляции $\rho(\xi_1, \xi_2) = -0,3$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Оценка минимальной дисперсии в методе максимума правдоподобия с помощью теоремы Крамера – Рао. (6 баллов)
5. Случайная величина X имеет показательное распределение $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$; $x \geq 0$. Найти точечную оценку параметра λ и дисперсию оценки по результатам измерений:
 x : 5, 15, 25, 35, 45
 n : 365, 245, 150, 70, 45 (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 5 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Двумерная непрерывная случайная величина. Совместная функция распределения и совместная плотность вероятности – связь между ними и условными распределениями составляющих. (5 балла)
2. В цехе работают 7 мужчин и 3 женщины. Наудачу отобраны три человека. Найти вероятность того, что все отобранные будут мужчинами. (4 балла)
3. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\xi^2 = 4$. Найти вероятности $P\{\xi \in [-1, 2]\}$ и $P\{\xi > 4\}$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Интервальные оценки, доверительный интервал. Интервальные оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины с известной и неизвестной дисперсией. (6 баллов)
5. Методом максимума правдоподобия определить оценку θ и ее дисперсию функции $f(x) = \theta^3 x^2 e^{-\theta x}$ по результатам наблюдений: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$, если $D(x) = 0,1$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 6 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Функция распределения и плотность вероятностей непрерывной случайной величины. Их свойства. (5 баллов)
2. Задана плотность вероятности случайной величины $X: f(x) = 0,5 \sin x$, при $x \in (0, \pi)$; $f(x) = 0$, при $x \notin (0, \pi)$, найти плотность распределение случайной величины $Y = 0,5x^2$. (5 баллов)
3. Вывести формулу для вероятности суммы случайных событий $A + B + C$, если $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$ известны. События A, B и C совместны и независимы. (4 балла)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Интервальная оценка среднеквадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. (6 баллов)
5. Методом моментов определить оценку θ и ее дисперсию функции

$$f(x) = \theta^3 x^2 e^{-\theta x}$$

по результатам наблюдений: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$, если $D(x) = 0,1$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 7 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Их свойства. (5 баллов)
2. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,784. Найти вероятность попадания при одном выстреле. (3 балла)
3. Задана плотность вероятности случайной величины X : $f(x) = C(2x - x^2)$ при $x \in (0; 2)$; $f(x) = 0$ при $x \notin (0; 2)$. Найти дисперсию случайной величины $Y = X^2$. (6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Точечная оценка параметров по методу максимума правдоподобия. Записать формулы для получения точечных оценок и дисперсии. (6 баллов)
5. Установить, значимо ли расхождение между эмпирическими частотами n_i и теоретическими частотами n'_i , вычисленными в предложении нормального закона распределения генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} n_i &: 1 \ 5 \ 10 \ 20 \ 8 \ 7 \\ n'_i &: 2 \ 6 \ 14 \ 18 \ 7 \ 5. \end{aligned}$$

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 8 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Вычислить теоретические моменты, для плотности $f(x) = 2\lambda^2 x \cdot e^{-\lambda^2 x^2}$; $x \geq 0$ (5 баллов)
2. Произвели залп из 5 орудий. Вероятность попадания каждым из орудий соответственно равна: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания. (4 балла)
3. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид $f(x) = \begin{cases} kx; & x \in [0; 2] \\ 0; & x \notin [0; 2] \end{cases}$. Случайная величина η является функцией от ξ : $\eta = \xi^2 - 7$. Найти константу k , плотность распределения и функцию распределения величины η . (6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Регрессия X на Y и Y на X . Регрессионный парадокс. (6 баллов)
5. По заданным $n = 20$, $\bar{x} = 20$ и $\overline{S^2} = 5$ проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о среднем a генеральной совокупности: $\begin{cases} H_0 : a = 18 \\ H_1 : a > 18 \end{cases}$ (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 9 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Нормальное распределение, его свойства и числовые характеристики. (5 баллов)
2. Каждый из пяти стрелков первой группы попадает в цель с вероятностью 0,4, каждый из трех стрелков второй группы – с вероятностью 0,6, наконец, оба стрелка третьей группы – с вероятностью 0,8. Известно, что случайно выбранный стрелок попал в цель. Найти вероятность того, что он принадлежит к первой группе. (5 баллов)
3. Найти дисперсию случайной величины $Z = X + 5Y$, если известны $D(X) = 1$, $D(Y) = 2$, корреляционный момент $D(X, Y) = 0,7$. (т.е. ковариация $\text{Cov}(X, Y) = 0,7$) (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Ортогональная регрессия. Оценка параметров. (5 баллов)
5. Проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ по критерию χ^2 гипотезу о показательном распределении при следующих данных
 $x = \{5 - 10; 15 - 20; 25 - 30; 35 - 40\}$
 $n = \{150, 50, 17, 4\}$ (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 10 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Равномерное распределение, числовые характеристики и свойства. (5 баллов)
2. На первом станке произведено 20% деталей, на втором – 80%. Вероятность брака на первом станке равна 0,05, на втором – 0,1. Выбрана стандартная деталь. На каком станке, вероятней всего, ее изготовили? (4 балла)
3. Случайная величина распределена по закону Рэлея с плотностью $f(x) = 2\lambda^2 x e^{-\lambda^2 x^2}; x \geq 0$. Найти функцию распределения $F(x)$, и математическое ожидание, если $\lambda = 0,5$. (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Метод наименьших квадратов (МНК) для функций, линейных по параметрам. (6 баллов)
5. Проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ по критерию χ^2 гипотезу о показательном распределении при следующих данных:
 $x = \{0 - 5; 5 - 10; 15 - 20; 25 - 30\}$
 $n = \{135; 60; 20; 5\}$ (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 11 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Функция одного случайного аргумента. Нахождение плотности вероятности этой функции. (5 баллов)
2. Из 52 игральные карты выбирают на удачу 3 карты. Найти вероятность того, что среди этих трех карт будут два туза и король. (4 балла)
3. Задана непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) , распределенная равномерно в треугольнике с вершинами: $A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $C(1; 1)$. Найти корреляционный момент (ковариацию) $D(X, Y)$ и коэффициент корреляции $\rho(X, Y)$ (6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Оценка параметров линейных функций методом наименьших квадратов (МНК). Вывести формулы для получения точечных оценок и ковариационной матрицы (в матричном виде). (6 баллов)
5. По заданным $n = 20$, $\bar{x} = 20$ и $\bar{\bar{S}}^2 = 5$ проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу

$$\begin{cases} H_0 : a = 18 \\ H_1 : a \neq 18 \end{cases} \quad (5 \text{ балла})$$

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 12 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Функция одного случайного аргумента. Математическое ожидание и дисперсия этой функции. (5 баллов)
2. Из 12 изделий 6 – стандартные. Наугад выбрали 8 изделий. Вычислить вероятность того, что среди выбранных изделий будут 3 стандартных. Рассмотреть случаи с возвращением и без возвращения. (5 баллов)
3. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров последовательно извлекли 5 шаров (с возвращением). Для числа извлеченных белых шаров найти функцию распределения и построить её график. (5 балла)

Модуль 2: Математическая статистика

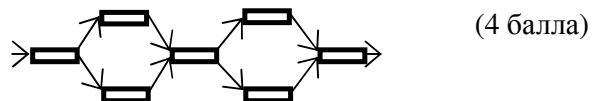
4. Оценка параметров прямой методом наименьших квадратов. (6 баллов)
5. Методом моментов определить оценку параметра θ и ее дисперсию функции $f(x) = \theta^3 x^2 e^{-\theta x}$ по результатам наблюдений: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$, $x_5 = 5$, если $D(x) = 0,49$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 13 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Функция двух случайных аргументов (дискретная случайная величина). Закон распределения дискретной случайной величины и законы распределения каждого аргумента. (6 баллов)
2. Найти вероятность безотказной работы схемы, если вероятность отказа каждого элемента равна 0,1:



3. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\zeta = 3\xi - 8\eta + 5$, если $M\xi = 3/4$; $M\eta = 3/5$; $D(\xi) = 0,16$, $D(\eta) = 0,04$, $\text{Cov}(\xi, \eta) = 0,05$. (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Статистические гипотезы: параметрические и непараметрические, основная и альтернативная. Статистический критерий. (6 баллов)
5. Построить оценку линейной регрессии X на Y по следующим данным:

$$\begin{array}{l} X_i: 12 \ 14 \ 16 \ 18 \\ Y_i: \ 5 \ 10 \ 30 \ 10 \end{array} \quad (5 \text{ баллов})$$

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 14 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Коэффициент корреляции двух случайных величин. Зависимые, независимые и коррелированные случайные величины. (5 баллов)
 2. Случайная величина X имеет экспоненциальное распределение с параметром λ . Найти плотность вероятности распределения случайной величины $Y = e^{-X}$. (5 баллов)
 3. Задано распределение двумерной случайной величины $X \setminus Y$
- | | | | | |
|---|------|------|------|--|
| | 3 | 10 | 12 | |
| 4 | 0,17 | 0,13 | 0,25 | Найти законы распределения составляющих X и Y ; условный закон распределения составляющей X при условии, что $Y = y_2 = 10$, условное математическое ожидание $M(X y_2)$. (5 баллов) |
| 5 | 0,10 | 0,30 | 0,05 | |

Модуль 2: Математическая статистика

4. Статистический критерий (односторонний и двусторонний). Ошибки 1-го и 2-го родов, мощность критерия. (5 баллов)
5. Методом максимума правдоподобия определить оценку θ и ее дисперсию функции $f(x) = \theta^3 x^2 e^{-\theta x}$ по результатам наблюдений: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$, если $D(X) = 0,16$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 15 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Условные законы распределения и условные плотности вероятностей составляющих двумерной непрерывной случайной величины. (5 баллов)
2. В автобусе едут 20 пассажиров. На каждой остановке с вероятностью 0,1 каждый из них выходит и с вероятностью 0,15 входит один пассажир. Какова вероятность того, что после следующей остановки в автобусе едут 20 пассажиров. (4 балла)
3. Найти распределение случайной величины $Z = X + Y$, если
 $X_i: 10 \quad 12 \quad 16 \quad Y_i: 1 \quad 2$
 $p_i: 0,4 \quad 0,1 \quad 0,5 \quad q_i: 0,8 \quad 0,2$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Сравнение с помощью статистических критериев средних значений нормальных генеральных совокупностей. (6 баллов).
5. Построить интервальную оценку параметров линейной регрессии Y на X , при условии, что дисперсии $D(X) = D(Y) = 1$,
по следующим данным:
 $X_i: 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18$
 $Y_i: 5 \quad 10 \quad 30 \quad 10$ (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 16 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Условные законы распределения составляющих двумерной дискретной случайной величины. (5 баллов)
2. Найти распределение дискретной случайной величины ξ принимающей значения 1, 2 и 4, если $M(\xi) = 2,1$; $D(\xi) = 1,09$. (5 балла)
3. Случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют пуассоновское распределение. При этом $M(\xi_1) = 1$, $M(\xi_2) = 9$. Найти $D(3\xi_1 - 2\xi_2 - 3)$, если коэффициент корреляции $\rho(\xi_1, \xi_2) = -0,8$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Сравнение с помощью статистических критериев дисперсий нормальных генеральных совокупностей. (6 баллов)
5. Найти интервальную оценку математического ожидания на уровне доверия $\gamma = 0,95$, если при $n = 10$ измерениях получено $\bar{x} = 15$ и $\bar{s}^2 = 3$ (5 баллов).

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 17 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Числовые характеристики системы двух случайных величин. (5 баллов)
2. В лотерее участвует 200 билетов, среди которых только 20 выигрышных. Какова вероятность получить 2 выигрыша, купив 5 билетов? (4 балла)
3. Задана непрерывная двумерная случайная величина, распределенная равномерно в треугольнике с вершинами: $A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $C(1; 2)$. Найти плотности составляющих и условные математические ожидания $M(X|Y)$ и $M(Y|X)$. (6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Критерии согласия. Критерий χ^2 Пирсона (6 баллов).
5. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу $H_0: a = 13$ против гипотезы $H_1: a \neq 13$, если была получена выборка X объемом $n = 20$, у которой $\bar{X} = 15$ и исправленная выборочная дисперсия $S^2 = 4$. (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 18 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Дискретная случайная величина, ее распределение, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. (5 баллов)
2. Найти константу C , функцию распределения и математическое ожидание случайной величины ξ с плотностью вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} C \sin 2x, & \text{если } x \in [0; \pi/3] \\ 0, & \text{если } x \notin [0; \pi/3] \end{cases} \quad (6 \text{ баллов})$$

3. Случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют экспоненциальное распределение. При этом $M(\xi_1) = 2$; $M(\xi_2) = 5$. Найти $D(5\xi_1 - 3\xi_2 + 4)$, если коэффициент корреляции $\rho(\xi_1, \xi_2) = -0,3$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Сравнение математического ожидания с измеренным средним значением по статистическим критериям, при условии, что дисперсии измеренного значения: (а) заданы; (б) неизвестны. (6 баллов)
5. Случайная величина X имеет показательное распределение $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$; $x \geq 0$. Найти точечную оценку параметра λ и дисперсию оценки по результатам измерений
 x : 5, 15, 25, 35, 45
 n : 365, 245, 150, 70, 45 (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 19 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Условные математические ожидания для непрерывной двумерной случайной величины. (5 баллов)
2. В цехе работают 8 мужчин и 6 женщин. Наудачу отобраны 5 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных будут 3 мужчин и 2 женщины (4 балла)
3. Найти вероятность $P\{\xi \in [-1; 4]\}$ и $P\{\xi \geq -1\}$, если случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2$; $\sigma^2 = 9$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Линейная среднеквадратическая регрессия X на Y и Y на X . Регрессионный парадокс. (6 баллов).
5. Методом максимума правдоподобия определить оценку θ и ее дисперсию функции $f(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$ по результатам наблюдений: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$, если $D(X) = 0,16$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 20 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Двумерная случайная величина. Её совместная функция распределения и плотность вероятности. Вероятность попадания в прямоугольник. (5 баллов)
2. Вывести формулу для вероятности суммы случайных событий $A + B + C$, если известны вероятности $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$. События A , B и C совместные и независимые. (4 балла)
3. Задана плотность вероятности случайной величины X : $f(x) = C \cdot \sin x$ при $x \in (0; \pi)$; $f(x) = 0$ при $x \notin (0, \pi)$. Найти константу C и математическое ожидание случайной величины $Y = X^2$. (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Ортогональная регрессия для прямой линии. (6 баллов).
5. Методом моментов определить оценку параметра θ и ее дисперсию функции $f(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$ по результатам наблюдений: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5$, если $D(X) = 0,16$. Случайные величины θ и X независимы. (6 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Экзаменационный билет № 21 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Композиция законов распределения: закон распределения (в дискретном случае) и плотность вероятности (в непрерывном случае) для суммы двух независимых случайных величин $Z = X + Y$ (6 баллов)
2. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,936. Найти вероятность попадания при одном выстреле. (4 балла)
3. Найти вероятность $P\{\xi \in [-1; 4]\}$ и $P\{\xi \leq 1\}$, если случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $a = 3$; $\sigma^2 = 4$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Оценка параметров прямой с помощью метода наименьших квадратов. (6 баллов).
5. Двумя исследователями для двух выборок получены выборочные дисперсии $D_{\text{выб}}(X) = 14$ при $n_1 = 10$; $D_{\text{выб}}(Y) = 20$ при $n_2 = 15$. Проверить гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,1$, $H_0: D(X) = D(Y)$, $H_1: D(X) < D(Y)$. (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 22 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А..)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Дискретная случайная величина, ее распределение, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение (5 баллов).
2. Произвели залп из четырех орудий. Вероятность попадания каждым из орудий соответственно равна: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность хотя бы одного попадания (4 балла)
3. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятности $f(x) = \begin{cases} k \cdot x & \text{при } x \in [0; 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; 3]. \end{cases}$. Найти константу k , а также плотность и функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^2 - 5$. (6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Критерии согласия. Критерий χ^2 Пирсона. (6 баллов).
5. По заданным $n = 20$, $\bar{x} = 20$ и $\bar{s}^2 = 5$ проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу $H_0: a = 18$; $H_1: a \neq 18$ (5 баллов)
6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 23 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Непрерывные случайные величины и их характеристики. Показательное распределение и его свойства (5 баллов).
2. Из 10 стрелков первые пять попадают в цель с вероятностью 0,4, три стрелка – с вероятностью 0,6, два – с вероятностью 0,8. Известно, что случайно выбранный стрелок попал в цель. Найти вероятность того, что он принадлежит к группе из трех человек. (4 балла) (4 балла)
3. Двумерная случайная величина (X, Y) имеет совместную функцию распределения

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2} - e^{-y^2} + e^{-x^2 - y^2}, & \text{если } x > 0 \text{ и } y > 0; \\ 0, & \text{если } x \leq 0 \text{ или } y \leq 0. \end{cases}$$

Найти вероятность события $(-2 \leq X \leq 2; 1 \leq Y \leq 3)$ (5 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Интервальные оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины, если: (а) дисперсия распределения известна; б) дисперсия распределения неизвестна. (6 баллов)
5. Проверить на уровне значимости $\alpha = 0,1$ по критерию χ^2 гипотезу о показательном распределении при следующих данных $x = \{5 - 10, 15 - 20, 25 - 30, 35 - 40\}$ (6 баллов)
 $n = \{100, 40, 13, 3\}$

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев

Экзаменационный билет № 24 по курсу:
«Теория вероятностей и математическая статистика»
ИБМ, 3-й семестр (поток Грешилова А.А.)

Модуль 1: Теория вероятностей

1. Перестановки, размещения, сочетания. Формулы для числа перестановок, размещений и сочетаний (с повторениями и без повторений) (4 балла).
2. Для случайной величины с плотностью $f(x) = Cx$; $x \in [0; 1,5]$. Найти константу C , функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание (5 баллов)
3. Дана система 2-х дискретных случайных величин (ξ, η) , закон распределения задан таблицей. Найти $\text{Cov}(\xi, \eta)$; условные математические ожидания $M[\xi | y_3]$ и $M[\eta | x_2]$

$x \backslash y$	-1	0	2	4
1	0,1	0	0,15	0,05
3	0,15	0,15	0	0,1
5	0,2	0	0,1	0

(6 баллов)

Модуль 2: Математическая статистика

4. Критерии согласия. Критерий хи квадрат Пирсона (6 баллов).
5. Для вариационного ряда $X_i: 12 \ 14 \ 16 \ 18$ на уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить статистическую гипотезу: $H_0: \bar{x} = 16$; $H_1: \bar{x} \neq 16$. (5 баллов)

6. Дополнительные вопросы (4 балла)

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры 14.12.2011г.
Зав. кафедрой «Высшая математика» Н.И.Сидняев