

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Календарный план для ИБМ, РК и МТ
ЛЕКЦИИ
ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

- ОЛ-1. Морозова В.Д. Введение в анализ. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
ОЛ-2. Иванова Е.Е. Дифференциальное исчисление функций одного аргумента. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 408 с.
ОЛ-3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. т. 1. – М.: Интеграл-пресс, 2006. – 416 с

Дополнительная литература:

- ДЛ-1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1982. – 616 с.
ДЛ-2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3-х т. Т. 1. – М.: Высшая школа, 1988. – 718 с.
ДЛ-3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1988. – 431 с

Лекция 1. Введение в курс. логическая символика, кванторы. Необходимое условие, достаточное условие, критерий. Теорема как импликация. Прямая, обратная и противоположная теоремы, связь между ними. Множество **R** действительных чисел, его полнота. Промежутки; Принцип вложенных отрезков. Ограниченные и неограниченные множества в **R**. Точные верхняя и нижняя грани множества. Функция (отображение), инъективные, сюръективные и биективные отображения. Числовая функция и ее график. Композиция функций, обратная функция и её график. Класс элементарных функций.

ОЛ-1 гл. 1, 2 и 3..

Лекция 2. Числовая последовательность и ее предел, геометрическая интерпретация предела. Сходящиеся последовательности. Предел постоянной, единственность предела, необходимое условие сходимости (ограниченность), достаточное условие сходимости (монотонность и ограниченность, без док-ва). Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Число *e*. Натуральные логарифмы. Гиперболические функции.

ОЛ-1, гл. 6.

Лекции 3-4. Окрестности конечной точки и бесконечности. Различные типы стремления действительного аргумента и соответствующие им семейства окрестностей. Общее определение предела функции по Коши при произвольном стремлении аргумента. Расшифровка определения и геометрическая интерпретация предела для конкретных случаев. Связь между пределами функции при двустороннем стремлении и соответствующих односторонних стремлений аргумента. Общие свойства предела функции: 1) единственность предела; 2) замена переменной в пределе и предел сложной функции; 3) локальная ограниченность функции, имеющей предел; 4) локальная знакоопределенность функции, имеющей ненулевой предел; 5) предельный переход в неравенстве; 6) предел промежуточной функции (доказать только 2-3 свойства). Бесконечно малые функции при данном стремлении аргумента. Теорема о связи функции, ее предела и бесконечно малой, свойства бесконечно малых функций. Арифметические теоремы о пределах (доказать одну). Определение бесконечно большой функции при данном стремлении аргумента. Расшифровка и геометрическая интерпретация для конкретных стремлений. Связь бесконечно большой и бесконечно малой функций.

ОЛ-1, гл. 7., пп. 7.1 – 7.6; ОЛ-3, гл. II, §§ 2 – 5.

Лекция 5. Замечательные пределы и их следствия. Сравнение функций при данном стремлении, отношения эквивалентности и «о-малое», связь между ними, их свойства и их применение для вычисления пределов. Порядок малости (или роста) одной функции

относительно другой при данном стремлении. Главная часть функции стандартного вида при данном стремлении аргумента.

ОЛ-1 п. 7.7; 10.1 – 10.4, 10.6; ОЛ-3, гл. II, §§ 6, 7, 11.

Лекция 6. Непрерывность функции в точке, равносильные формулировки. Односторонняя непрерывность в точке. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность суммы, произведения, частного и композиции двух непрерывных функций (доказать два свойства). Теорема о непрерывности основных элементарных функций (доказательство для синуса). Непрерывность элементарной функций в области её определения. Локальные свойства функции $f(x)$, непрерывной в точке x_0 : (а) локальная ограниченность и (б) локальное знакопостоянство (если $f(x_0) \neq 0$) (доказать одно из них).

ОЛ-1, 9Глава 9, 9.1, 9.2, 9.5. ОЛ-3, Гл. II, §9.

Лекция 7. Непрерывность функции на промежутке, в частности, на отрезке. Теоремы о свойствах функции, непрерывной на отрезке, теорема о непрерывности обратной функции (без доказательства). Точки разрыва функции и их классификация. Нахождение асимптот графика функции. .

ОЛ-1, пп. 9.3, 9.4, 10.5; ОЛ-2, п.8.7; ОЛ-3, гл. II, §§9, 10, гл. V, §10.

МОДУЛЬ 2: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Лекция 8. Производная функции в точке, ее физический смысл, *экономический смысл (для ИБМ). Касательная, геометрический смысл производной. Бесконечная производная и её геометрическая интерпретация. Дифференцируемость функции в точке, эквивалентность дифференцируемости существованию в точке конечной производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Основные правила нахождения производных: производная постоянной, суммы, произведения и частного; производная сложной и обратной функций (доказать два из них).

ОЛ-2 гл. 1, гл. 2, 2.1 – 2.3; ОЛ-3, гл. III, §§ 1–4.

Лекция 9. Вывод производных основных элементарных функций. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциалов. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.

ОЛ-2, пп. 1.5, 3.1 – 3.3, 4.1, 4.2, 4.3.; ОЛ-3, гл. III, §§ 5–15, 19, 20 – 23.

Лекция 11. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Правило Лопиталя – Бернулли раскрытия неопределенностей вида (док-во только для $[0/0]$). Раскрытие неопределенностей других видов. Сравнение роста показательной, степенной и логарифмической функций в бесконечности.

ОЛ-2, пп. 5.1 – 5.3, 6.1 – 6.4, ОЛ-3, гл. IV, §§ 1 – 5.

Лекция 12. Понятие многочлена Тейлора степени n для данной функции в точке x_0 . Совпадение значений в точке x_0 функции и её многочлена Тейлора, а также их первых n производных. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано (без доказательства). Формула Маклорена и представление по этой формуле некоторых элементарных функций.

ОЛ-2, пп. 7.1 – 7.4; ОЛ-3, гл. IV, §§ 6, 7.

Лекция 13. Использование формул Тейлора и Маклорена в приближенных вычислениях и для нахождения пределов. Достаточное условие монотонности дифференцируемой функции на промежутке. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Стационарные и критические точки функции. Достаточные условия экстремума: (а) по первой производной, (б) по второй производной, (в)* по производной высшего порядка (без доказ.).

ОЛ-2, пп.7.5,Д7.1, 8.1 – 8.3; ОЛ-3, гл. V, §§ 2 – 8.

Лекция 14. Понятие выпуклости (вверх, вниз) функции (её графика) на промежутке. Достаточное условие выпуклости (графика) дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба графика в точке, достаточное условие. Схема полного исследования и построения графика функции.

ОЛ-2, пп.8.4 – 8.8, ОЛ-3, Гл. V, § 9, 11.

Лекция 15. Векторная функция скалярного аргумента, её годограф. Уравнения кривой на плоскости и в пространстве. Предел и непрерывность векторной функции. Производная векторной функции, её геометрический и механический смысл. Уравнения касательной к пространственной кривой. Правила дифференцирования векторной функции (без док-ва). Теорема о производной векторной функции постоянной длины, её геометрическая интерпретация.

ОЛ-2, п. 9.1; ОЛ-3, гл. IX, §§ 1–3.

Лекция 16. Длина дуги кривой. Производная и дифференциал длины дуги плоской и *пространственной кривой, геометрический смысл дифференциала длины дуги плоской кривой. Кривизна и радиус кривизны плоской и *пространственной кривой. Центр и окружность кривизны плоской кривой. Понятия об эволюте и эвольвенте, их свойства (без док-ва).

ОЛ-2, пп. 9.2–9.5; ОЛ-3, гл. VI, §§ 1–7.

Лекция 17. Резерв.

Примечание. Вопросы, помеченные звёздочкой, лектор излагает на свое усмотрение