

Программа по теории для Рубежного контроля по второму модулю
Дисциплина: Аналитическая геометрия, для ИБМ

Тема: Кривые второго порядка, матрицы и СЛАУ

1. Эллипс: определение, уравнение со смещенным центром. Эксцентриситет, координаты фокусов смещенной кривой (два случая: фокусы располагаются горизонтально или вертикально). Оптическое свойство эллипса
2. Гипербола: определение, уравнение со смещенным центром (два случая: фокусы располагаются горизонтально или вертикально). Эксцентриситет, координаты фокусов (два случая), уравнения асимптот смещенной кривой. Оптическое свойство гиперболы.
3. Парабола: определение, уравнение со смещенной вершиной (два случая: вертикальная или горизонтальная ось симметрии). Эксцентриситет параболы. Координаты фокуса, уравнение директрисы смещенной кривой (два случая). Оптическое свойство параболы.
4. Определение суммы двух матриц и произведения матрицы на число. Определение произведения двух матриц, условие его существования. Свойства этих операций. Определение степени матрицы с натуральным показателем, её свойства ($A^n \cdot A^m = A^{n+m} = A^m \cdot A^n$, $(A^n)^m = A^{nm}$). Свойство определителя произведения двух квадратных матриц. Определение операции транспонирования, её свойства: $(A^T)^T = A$, $(\lambda A)^T = \lambda A^T$, $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$, $(AB)^T = B^T A^T$.
5. Определение: (а) обратной матрицы; (б) алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы. Количество матриц, обратных к данной матрице. Критерий существования обратной матрицы. Методы нахождения обратной матрицы с помощью: (а) алгебраических дополнений; (б) элементарных преобразований. Свойство матрицы: (а) обратной к произведению двух матриц; (б) обратной к транспонированной матрице: $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$, $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.
6. Определение элементарных преобразований матрицы. Определение эквивалентных матриц. Определение ступенчатой матрицы. Теоремы о приведении с помощью элементарных преобразований: (а) произвольной матрицы к ступенчатому виду; (б) квадратной невырожденной матрицы к единичной.
7. Определения: (а) минора произвольной матрицы; (б) ранга матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия. Влияние элементарных преобразований: на ранг матрицы, на определитель квадратной матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Нахождение ранга матрицы: (а) методом окаймляющих миноров; (б) с помощью элементарных преобразований.
8. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): координатная, матричная и векторная формы записи. Определение совместной СЛАУ. Формулы Крамера для решения «квадратной» СЛАУ, условия их применимости. Сформулировать критерии: (а) совместности СЛАУ; (б) существование единственного решения совместной СЛАУ.
9. Однородная СЛАУ: условие её совместности, критерий существования ненулевого решения: (а) произвольной однородной СЛАУ (в терминах ранга); (б) «квадратной» однородной СЛАУ (в терминах определителя). Свойство частных решений однородной СЛАУ. Размерность пространства решений однородной СЛАУ. Определение фундаментальной системы решения однородной СЛАУ, структура общего решения однородной СЛАУ.
10. Свойство частных решений неоднородной СЛАУ. Структура общего решения неоднородной СЛАУ. Как проверить правильность полученного общего решения неоднородной СЛАУ: $X_{\text{он}} = D + C_1 F_1 + \dots + C_k F_k$?