

Программа по теории рубежного контроля №1 на тему

«Векторы, прямые и плоскости»

Для факультетов ИБМ, МТ и РК

(доказательства и выводы, помеченные звёздочкой (*), относятся только для факультета РК)

1. Дать определение определителя второго и третьего порядка, сформулировать свойства определителя произвольного порядка. Описать методы вычисления определителя третьего и произвольного порядка. Написать и пояснить формулы Крамера, условия их применимости.
2. Дать определение свободного вектора. Дать определение и сформулировать свойства арифметических операций над векторами (сложение, умножение на число).
3. Дать определения линейно зависимой и независимой систем векторов. Сформулировать: (а) общий критерий линейной зависимости векторов и его следствия; (б) критерий линейной зависимости: (1) двух, (2) трех (**доказать***), (3) четырех геометрических векторов.
4. Дать определение базиса и координат вектора в базисе. **Доказать*** единственность разложения вектора по базису. Записать формулу для координат суммы векторов и координат вектора, умноженного на число.
5. Дать определение, записать формулу проекции вектора на ось, написать и **доказать*** её свойства. Дать определение скалярного произведения векторов. Сформулировать алгебраические свойства скалярного произведения. Написать и **вывести*** формулу для вычисления скалярного произведения и длины вектора через координаты в ортонормированном базисе.
6. Направляющие углы вектора, написать и **вывести*** формулу для их косинусов.
7. Дать определение векторного произведения векторов. Сформулировать алгебраические свойства векторного произведения, критерий равенства нулю, написать и **вывести*** формулу для вычисления через координаты векторов в ортонормированном базисе. Геометрические приложения векторного произведения.
8. Дать определение смешанного произведения векторов. Сформулировать алгебраические свойства смешанного произведения, критерий равенства нулю, написать и **вывести*** формулу для вычисления через координаты векторов в ортонормированном базисе. Проверка геометрической ориентации векторов.
9. Система координат на плоскости и в пространстве, определение координат точки, связь координат вектора с координатами его концов. Написать формулы для (а) расстояния между двумя точками; (б) координат точки M , делящей отрезок A_1A_2 в данном отношении $A_1M : MA_2 = \alpha_1 : \alpha_2$.
10. Перечислить, записать различные виды уравнений прямой на плоскости, геометрический смысл их коэффициентов. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Написать и **вывести*** формулу расстояния от точки до прямой на плоскости.
11. Перечислить и записать различные виды уравнений плоскости, геометрический смысл равенства нулю одного из коэффициентов общего уравнения плоскости. **Вывести*** общее уравнение плоскости, уравнение плоскости проходящей через три точки и уравнение плоскости в отрезках. Написать формулы расстояния (а) от точки до плоскости; (б) и между двумя параллельными плоскостями. Сформулировать условия перпендикулярности, параллельности и совпадения двух плоскостей, формула для угла между двумя пересекающимися плоскостями.
12. Записать и **вывести*** параметрические (в векторной и в координатной форме), канонические и общие уравнения прямой в пространстве. Сформулировать условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Написать условие, при котором данная прямая лежит в данной плоскости. Записать формулы: (а) угла между прямой и плоскостью; (б) расстояния от точки до прямой в пространстве.
13. Написать и **вывести*** условия, при которых две прямые в пространстве, заданные каноническими уравнениями: (а) совпадают; (б) параллельны; (в) пересекаются; (г) скрещиваются. Записать формулы для угла и расстояния между: (а) параллельными и (б) скрещивающимися прямыми.