

Аналитическая геометрия

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ (МТ и РК)

Методические пособия, изданные в МГТУ им. Н.Э. Баумана (МП)

МП-1. Пелевина А.Ф., Зорина И.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 46 с.

МП-2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия / Под ред. В.Ф. Панова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989.

МП-3. Галкин С.В. Матрицы и определители, решение систем. – М.: МВТУ, 1988. – 45 с.

МП-4. Сборник задач по линейной алгебре / Под ред. С.К. Соболева. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1991. – 154 с.

МП-5. Дубограй И.В., Леванков В.И., Максимова Е.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по теме “Кривые второго порядка”. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 52 с.

МП-6. Бархатова О.А., Садыхов Г.С. Поверхности второго порядка. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 40 с.

МП-7. Агеев О.Н., Гласко А.В., Покровский И.Л. Матрицы и определители. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

МП-8. Гласко А.В., Покровский И.Л., Станцо В.В. Системы линейных алгебраических уравнений. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 61 с.

МП-9. Соболев С.К., Томашпольский В.Я. Векторная алгебра. Мет. Указ. К решению задач (PDF). – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010: <http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1>.

МОДУЛЬ 1: ВЕКТОРЫ, ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ (максимум 32 балла)

КМ-1: Домашнее задание №1, Часть 1. «Векторы»

Сроки выполнения: выдача – 2-я неделя; прием – 6-я неделя.

Методические пособия 1, 2 и 9.

Типовое задание (максимум 6 баллов)

Задача 1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ заданы векторы $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через векторы $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ вектор $\mathbf{q} = \overrightarrow{AE}$, где E – середина ребра CC_1 .

Задача 2. Разложить вектор $\mathbf{a}(4; 2; 7)$ по векторам $\mathbf{p}(-1; 3; 1)$, $\mathbf{q}(-3; -1; 8)$ и $\mathbf{r}(-8; 0; 2)$.

Задача 3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$, где $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $\angle(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \frac{2\pi}{3}$.

Задача 4. Найти проекцию вектора $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} - 4\mathbf{c}$ на вектор $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-5; 4; 1)$, $\mathbf{c}(2; 0; -2)$.

Задача 5. Найти координаты единичного вектора $\mathbf{n}_0$, перпендикулярного к плоскости ABC , где $A(1; 2; -3)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; 1; 1)$.

Задача 6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$, где $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 3$, $\angle(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \frac{3\pi}{4}$.

Задача 7. Проверить, компланарны ли векторы $\mathbf{a}(8; 3; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 5; -1)$ и $\mathbf{c}(2; 1; 1)$.

Задача 8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках, $A_1(-5; 4; 3)$, $A_2(1; 3; 4)$, $A_3(3; 2; -1)$ и $A_4(-2; 1; 5)$, площадь грани $(A_1 A_2 A_3)$ и высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $(A_1 A_2 A_3)$.

КМ-2: Часть 2. «Прямые и плоскости»

Сроки выполнения: выдача – 6-я неделя; прием – 8-я неделя.

Методические пособия 1 и 2

Типовое задание (максимум 7 баллов)

Задача 9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 5x - 3y + 2z - 7 = 0$ и $\beta: 3x + y - 4z + 7 = 0$.

Задача 10. Даны четыре точки $A(2; 0; 1)$, $B(-2; 1; -3)$, $C(1; 2; 4)$ и $D(1; -1; 3)$. Составить уравнение плоскости ABC и найти расстояние от точки D до этой плоскости.

Задача 11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1; -2; 3)$ перпендикулярно плоскостям $\gamma_1: x + 3y - 2z - 5 = 0$ и $\gamma_2: 2x + 5y + 4z - 7 = 0$.

Задача 12. Составить уравнения сторон треугольника MNK , заданного координатами вершин: $M(3; -1; 4)$, $N(-1; 2; 2)$, $K(4; 5; 3)$.

Задача 13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой $\ell: \begin{cases} 2x - y + 4z + 5 = 0 \\ x + 3y - z - 4 = 0 \end{cases}$.

Задача 14. Найти проекцию точки $M_0(9; 1; 10)$ на плоскость $\alpha: 2x + 5y - 3z + 7 = 0$.

Задача 15. Найти угол между прямой $\ell: \frac{x+3}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{4}$ и плоскостью $\beta: 4x + 3y - 2z + 7 = 0$.

КМ-3: Рубежный контроль №1 “Векторная алгебра, прямые и плоскости”

проводится на 8-й или 9-й неделе по лекциям 1–6 и практическим занятиям 1–7.

Типовое задание (максимум 13+3 = 16 баллов)

1. Векторное произведение: определение, свойства, формула для вычисления и приложения. (2,5 балла)

2. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве, геометрический смысл их коэффициентов. Формула для расстояния от точки до прямой в пространстве (2,5 балла).

3. В тетраэдр известны координаты его вершин $A(2; 0; 1)$, $B(-2; -1; -3)$, $C(1; 2; 4)$ и $D(1; -1; 3)$. Найти высоту тетраэдра, опущенную из вершины B . (2 балла)

4. Найти проекцию вектора b на направление вектора a , где $a = 2m + 5n$ и $b = 3m - n$, где $|m| = 7$, $n = 4$, $\angle(m, n) = \frac{2\pi}{3}$. (2 балла)

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2; 3; -1)$, перпендикулярной плоскости $\pi: 4x - 3y + 2z = 5$ и параллельной прямой $\ell: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-5}$. (2 балла)

6. Найти координаты точки, симметричной точке $A(3; 2; 5)$ относительно плоскости $2x - y + 3z = 13$. (2 балла)

КМ-4: Поведение, прилежание и посещаемость в первом модуле – максимум 3 балла.

**МОДУЛЬ 2: КРИВЫЕ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА,
МАТРИЦЫ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

КМ-5: Домашнее задание №2. Часть 1. Кривые второго порядка.

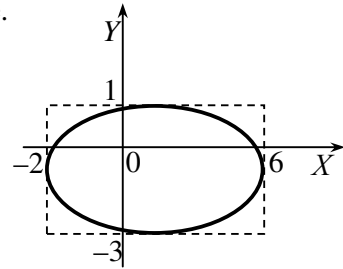
Сроки выполнения: выдача – 9-я неделя; прием – 10-я неделя.

Методические пособие 5.

Типовое задание (максимум 7 баллов)

Определить тип (название) кривой по заданному уравнению (1 – 6), привести к каноническому виду и построить кривую. Для эллипса и гиперболы определить координаты центра и фокусов и изобразить их на чертеже, найти полуоси и эксцентриситет. Для гиперболы составить уравнения асимптот и нарисовать их. Для параболы определить значение параметра, найти координаты вершины и фокуса, составить уравнение директрисы и изобразить их на чертеже.

1. $3x^2 + 5y^2 - 18x + 30y + 27 = 0$;
2. $4x^2 + y^2 + 32x + 52 = 0$;
3. $25x^2 - 4y^2 - 50x + 16y - 91 = 0$;
4. $9x^2 - 25y^2 + 50y + 200 = 0$;
5. $y = 2 + 2\sqrt{x-1}$;
6. $2x^2 + 2y^2 - 20x + 8y + 66 = 0$;



7. Написать уравнение кривой второго порядка по её рисунку:

КМ-6: Домашнее задание №2. Часть 2. Поверхности второго порядка.

Сроки выполнения: выдача – 10-я неделя; прием – 11-я неделя.

Методические пособие 6.

Типовое задание (максимум 8 баллов)

1. Составить уравнение поверхности, полученной вращением:

- (а) кривой $y = 3^{-x^2}$ вокруг: (1°) оси OX ; (2°) оси OY ;
- (б) кривой $x^2 - 4z^2 = 4$ вокруг оси OZ . Построить данную поверхность методом сечений.

2. Определить тип (название) поверхности в пространстве, заданной уравнением $(x^2 + z^2)^2 = 4(x^2 - z^2)$ и построить её.

3. Привести уравнения поверхностей к каноническому виду и определить их тип (название). Построить эти поверхности методом сечений:

- (а) $225x^2 + 100y^2 + 36z^2 = 900$;
- (б) $16x^2 - 4y^2 + z^2 + 16 = 0$;
- (в) $x^2 + y^2 - 4y - 2z + 4 = 0$;
- (г) $x^2 - y^2 - 2x - 2z + 1 = 0$;
- (д) $z = 3 + \sqrt{9 - x^2 + y^2}$.

4. Определить тип (названия) поверхностей $x^2 + y^2 = 2x$ и $x^2 + y^2 = z^2$ и нарисовать их. Составить уравнение проекции линии пересечения этих поверхностей на плоскость XOZ , нарисовать эту проекцию и построить саму линию пересечения.

КМ-7: Рубежный контроль №2 “Кривые второго порядка, матрицы и СЛАУ”

проводится на 15-й или 16-й неделе по лекциям 7–14 и практическим занятиям 9–14

Типовое задание (максимум 15+3 = 18 баллов):

1. Эллипс: определение, каноническое уравнение, полуоси, эксцентриситет, координаты фокусов, свойство касательных и его оптическая интерпретация (3,5 балла).

2. Однородные системы линейных уравнений, условие существования ненулевого решения, свойство решений, пространство решений и его размерность, фундаментальная система решений, структура общего решения. (3,5 балла)

3. Нарисовать кривую $x = 3 - \frac{2}{3}\sqrt{y^2 + 2y + 10}$. (2 балла)

4. Найти значение $p(A)$, где $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x - 5$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. (2 балла)

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (2 балла)

6. Найти общее решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 4x_1 + \quad + 6x_3 - 2x_4 - x_5 = 4. \end{cases} \quad (2 \text{ балла})$$

КМ-8: Поведение, прилежание и посещаемость в первом модуле – максимум 4 балла