АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ (ИБМ)

Литература: методические пособия, изданные в МГТУ (МП):

МП-1. Пелевина А.Ф., Зорина И.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 46 с.

МП-2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия / Под ред. В.Ф. Панова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989.

МП-3. Галкин С.В. Матрицы и определители, решение систем. – М.: МВТУ, 1988. .

МП-4. Сборник задач по линейной алгебре / Под ред. С.К. Соболева. – М.: Изд-во МГТУ им, Н.Э. Баумана, 1991. – 154 с.

МП-5. Дубограй И.В., Леванков В.И., Максимова Е.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по теме “Кривые второго порядка”. – М.: Изд-во МГТУ им, Н.Э. Баумана, 2002. – 52 с.

МП-6. Бархатова О.А., Садыхов Г.С. Поверхности второго порядка. – М.: Изд-во МГТУ им, Н.Э. Баумана, 2005. – 40 с.

МП-7. Агеев О.Н., Гласко А.В., Покровский И.Л. Матрицы и определители. – М.: Изд-во МГТУ им, Н.Э. Баумана, 2004.

МП-8. Гласко А.В., Покровский И.Л., Станцо В.В. Системы линейных алгебраических уравнений. – М.: Изд-во МГТУ им, Н.Э. Баумана, 2004. – 61 с.

МП-9. Соболев С.К., Томашпольский В.Я. Векторная алгебра. Мет. указ. к решению задач (PDF). – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010: http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1.

КОНТРОЛЬНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ (КМ)
Типовые задания

МОДУЛЬ 1: ВЕКТОРЫ, ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ (максимум 32 балла)

КМ-1: Домашнее задание №1, Часть 1. «Векторы, прямые и плоскости»

Сроки выполнения: выдача – 3-я неделя; прием – 8-я неделя.

Методические пособия 1, 2 и 9.

Типовое задание (максимум 11 баллов)

Задача 1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, и $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{AE}$, где E – середина ребра CC_1.

Задача 2. Разложить вектор $\boldsymbol{a}(4; 2; 7)$ по векторам $\boldsymbol{p}(-1; 3; 1)$, $\boldsymbol{q}(-3; -1; 8)$ и $\boldsymbol{r}(-8; 0; 2)$.

Задача 3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$, где $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$ $\angle(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) = \dfrac{2\pi}{3}$.

Задача 4. Найти проекцию вектора $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} - 4\boldsymbol{c}$ на вектор $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -3; 1)$, $\boldsymbol{b}(-5; 4; 1)$ $\boldsymbol{c}(2; 0; -2)$.

Задача 5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного к плоскости *ABC,* где $A(1; 2; -3)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; 1; 1)$.

Задача 6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$, где $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}, \boldsymbol{n} = 3$, $\angle(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) = \dfrac{3\pi}{4}$.

Задача 7. Проверить, компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(8; 3; 2)$, $\boldsymbol{b}(-1; 5; -1)$ и $\boldsymbol{c}(2; 1; 1)$.

Задача 8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках, $A_1(-5; 4; 3)$, $A_2(1; 3; 4)$, $A_3(3; 2; -1)$ и $A_4(-2; 1; 5)$, площадь грани $(A_1A_2A_3)$ и высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $(A_1A_2A_3)$.

Задача 9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 5x-3y+2z-7=0$ и $\beta: 3x+y-4z+7=0$.

Задача 10. Даны четыре точки $A(2;0;1)$, $B(-2;1;-3)$, $C(1;2;4)$ и $D(1;-1;3)$. Составить уравнение плоскости *ABC* и найти расстояние от точки *D* до этой плоскости.

Задача 11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;-2;3)$ перпендикулярно плоскостям $\gamma_1:\ x+3y-2z-5=0$ и $\gamma_2: 2x+5y+4z-7=0$.

Задача 12. Составить уравнения сторон треугольника *MNK*, заданного координатами вершин: $M(3;-1;4)$, $N(-1;2;2)$, $K(4;5;3)$.

Задача 13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой $\ell: \begin{cases} 2x-y+4z+5=0 \\ x+3y-z-4=0 \end{cases}$.

Задача 14. Найти проекцию точки $M_0(9;1;10)$ на плоскость $\alpha: 2x+5y-3z+7=0$.

Задача 15. Найти угол между прямой $\ell: \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{4}$ и плоскостью $\beta: 4x+3y-2z+7=0$.

КМ-2: Рубежный контроль №1 “Векторная алгебра, прямые и плоскости”
проводится на 8-й или 9-й неделе по лекциям 1–6 и практическим занятиям 1–7.
Типовое задание (максимум 13+3 = 16 баллов)

1. Векторное произведение: определение, свойства, формула для вычисления и приложения. (2,5 балла)
2. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве, геометрический смысл их коэффициентов. Формула для расстояния от точки до прямой в пространстве (2,5 балла).
3. В тетраэдр известны координаты его вершин $A(2;0;1)$, $B(-2;-1;-3)$, $C(1;2;4)$ и $D(1;-1;3)$. Найти высоту тетраэдра, опущенную из вершины *B*. (2 балла)
4. Найти проекцию вектора $\boldsymbol{b}$ на направление вектора $\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$, где $|\boldsymbol{m}|=7, \boldsymbol{n}=4$, $\angle(\boldsymbol{m},\boldsymbol{n})=\dfrac{2\pi}{3}$. (2 балла)
5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;3;-1)$, перпендикулярной плоскости $\pi: 4x-3y+2z=5$ и параллельной прямой $\ell: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-4}{-5}$. (2 балла)
6. Найти координаты точки, симметричной точке $A(3;2;5)$ относительно плоскости $2x-y+3z=13$.(2 балла)

КМ-3: **Поведение, прилежание и посещаемость** в первом модуле – максимум 5 баллов.

МОДУЛЬ 2: КРИВЫЕ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА, МАТРИЦЫ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

КМ-4: Домашнее задание №2. **Кривые второго порядка.**

Сроки выполнения: выдача – 9-я неделя; прием – 10-я неделя.

Методические пособие 5.

Типовое задание (максимум 11 баллов)

Определить тип (название) кривой по заданному уравнению (1 – 6), привести к каноническому виду и построить кривую. Для эллипса и гиперболы определить координаты центра и фокусов и изобразить их на чертеже, найти полуоси и эксцентриситет. Для гиперболы составить уравнения асимптот и нарисовать их. Для параболы определить значение параметра, найти координаты вершины и фокуса, составить уравнение директрисы и изобразить их на чертеже.

(а) $3x^2+5y^2-18x+30y+27=0$;

(б) $4x^2+y^2+32x+52=0$;

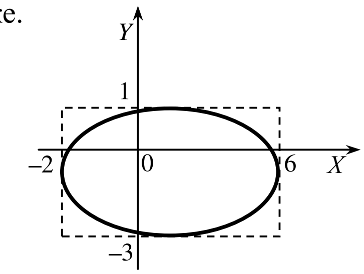
(в) $25x^2-4y^2-50x+16y-91=0$;

(г) $9x^2-25y^2+50y+200=0$;

(д) $y=2+2\sqrt{x-1}$;

(е) $2x^2+2y^2-20x+8y+66=0$;

(ж) Написать уравнение кривой второго порядка по её рисунку:



КМ-5: Рубежный контроль №2 "Кривые второго порядка, матрицы и СЛАУ" проводится на 15-й или 16-й неделе по лекциям 7–14 и практическим занятиям 9–14

Типовое задание (максимум 18+4 = 22 балла)**:**

1. Эллипс: определение, каноническое уравнение, полуоси, эксцентриситет, координаты фокусов, свойство касательных и его оптическая интерпретация (4 балла).

2. Однородные системы линейных уравнений, условие существование ненулевого решения, свойство решений, пространство решений и его размерность, фундаментальная система решений, структура общего решения. (4 балла)

3. Нарисовать кривую $x=3-\frac{2}{3}\sqrt{y^2+2y+10}$. (2 балла)

4. Найти значение $p(A)$, где $p(x)=2x^3-7x^2+4x-5,\ A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$. (2 балла)

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 3 & -1 & 2\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 5 & 6\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$. (3 балла)

6. Найти общее решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1+3x_2-x_3+2x_4+x_5=1,\\ 2x_1+x_2+x_3-x_4+x_5=3,\\ 3x_1+2x_2+4x_3+x_4-x_5=2,\\ 4x_1+\quad+6x_3-2x_4-x_5=4.\end{cases}$$ (3 балла)

КМ-6: **Поведение, прилежание и посещаемость** в первом модуле – максимум 5 баллов.