

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
для ИБМ, МТ и РК, 1 курс, 1-й семестр
ЛЕКЦИИ
ЛИТЕРАТУРА

Основная литература (ОЛ)

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. – М., Изд. МГТУ, 1998.
2. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра: – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 336 с.
3. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для втузов / Под ред. А.В. Ефремова, Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993. – 478 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2003. – 240 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2003. – 296 с.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т. 1. – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 416 с.

Дополнительная литература (ДЛ)

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987. – 336 с.

МОДУЛЬ 1: ВЕКТОРЫ, ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ

Лекция 1. Скалярные и векторные величины. Понятие геометрического вектора как направленного отрезка. Нуль-вектор, единичный вектор (орт). Коллинеарные и компланарные векторы. Равенство векторов. Связанные, скользящие, свободные векторы. Линейные операции над векторами, свойства этих операций. Ортогональная проекция векторов на направление. Теоремы о проекциях. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов. Критерий линейной зависимости двух и трех векторов. Линейная зависимость четырех векторов.

ОЛ-1, пп. 1.1–1.5; ОЛ-4, гл.2 §1, гл.1 §2 п.1.

Лекция 2. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Ортонормированный базис i, j, k . Скалярное произведение векторов, его механический смысл. Формула для скалярного произведения векторов, заданных своими координатами в базисе i, j, k . Вычисление длины вектора, косинуса угла между векторами и проекции вектора на направление. Равенство координат вектора в ортонормированном базисе проекциям этого вектора на направления соответствующих базисных векторов. Направляющие углы вектора, свойство их косинусов.

ОЛ-1, пп. 1.6–1.7, 2.2; ОЛ-4, гл. 2, §§1–2, гл. 1, §1, п. 3.

Лекция 3. Ориентация базиса, правые и левые тройки векторов. Векторное произведение двух векторов, его механический и геометрический смысл. Свойства векторного произведения (дистрибутивность без док-ва). Вычисление векторного произведения в координатной форме в ортонормированном базисе. Смешанное произведение трех векторов и его геометрический смысл. Объем тетраэдра. Свойства смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе. Условие компланарности трех векторов. Проверка ориентации тройки векторов.

ОЛ-1, пп. 2.3– 2.5; ОЛ-4, гл. 2, §1-3.

Лекция 4. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Радиус-вектор точки, координаты точки; связь координат вектора с координатами его начала и конца. Геометрический смысл уравнения $f(x, y) = 0$ на плоскости и в пространстве и уравнения $F(x, y, z) = 0$. Поверхность, заданная уравнением $F(x - a, y - b, z - c) = 0$. Формулы для расстояния между двумя точками и деления

отрезка в данном отношении. Прямая на плоскости, её направляющий и нормальный векторы. Различные виды уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках, общее уравнение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Нахождение угла между прямыми. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

ОЛ-1, пп. 3.1, 4.1 – 4.4; ОЛ-4, гл. 4 §1, гл. 5, §1-3.

Лекция 5. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой. Уравнение плоскости “в отрезках”. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расположение заданной точки относительно сторон плоскости. Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой (в векторной и координатной форме), канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Пучок плоскостей.

ОЛ-1, 5.1 – 5.3, ОЛ-4, Гл. 5, §4-6.

Лекция 6. Вычисление расстояния от точки до прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Нахождение точки пересечения двух пересекающихся прямых и расстояния между двумя параллельными или скрещивающимися прямыми. Угол между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.

ОЛ-1, пп.5.4– 5.5., Д.5.1; ОЛ-4, гл. 5, §4.

МОДУЛЬ 2: КРИВЫЕ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА, МАТРИЦЫ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Лекция 7. Кривые второго порядка. Эллипс и гипербола: определение, вывод канонического уравнения, полуоси, эксцентриситет, фокусы. Парабола: определения, вывод канонического уравнения, параметр, эксцентриситет, директриса, фокус. Асимптоты гиперболы. Смещенные кривые второго порядка, координаты фокусов. Свойство касательных к кривым второго порядка и их оптическая интерпретация (без док-ва). *Косые сечения цилиндра и конуса (без док-ва). Исследование уравнения $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$, различные типы кривых, соответствующих этому уравнению. Параметрические уравнения окружности, эллипса и гиперболы.

ОЛ-1, пп.11.1 – 11.4; ОЛ-4, гл. 6, §1–3.

Лекция 8. Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Конус. Параболоиды. Их канонические уравнения. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений. Нахождение проекции линии пересечения двух поверхностей на координатную плоскость.

ОЛ-1, пп.12.1 – 12.8; ОЛ-4, гл. 7, §3.

Лекции 9-10. Матрицы. Виды матриц. Равенство матриц. Линейные операции с матрицами и их свойства. Транспонирование матриц. Операция умножения матриц и ее свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц (без док-ва). Обратная матрица, теорема о ее единственности. Присоединенная матрица и её свойство. Критерий существования обратной матрицы, её нахождение с помощью присоединенной матрицы. Матрица, обратная произведению двух обратимых матриц.

Элементарные преобразования матриц. Отношение эквивалентности матриц и его свойства. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований строк. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. *Блочные матрицы; блочно диагональные и блочно-треугольные матрицы; прямая сумма матриц; сложение и умножение блочных матриц.

ОЛ-1, пп.6.1 – 6.6; 7.1, 8.1 – 8.2; ОЛ-5, гл. 1, §1, 2.

Лекция 11. Решение матричных уравнений вида $AX = C$, $XB = C$ и $AXB = C$ с невырожденными квадратными матрицами A и B .

Линейные пространства: аксиомы, примеры. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства, критерий линейной зависимости. Базис и размерность линейного пространства, теоремы о них (без док-ва). Единственность разложения вектора по базису, координаты вектора. Арифметические действия над векторами, заданными своими координатами в базисе.

ОЛ-1, п. 8.3; ОЛ-2, пп. 1.1 – 1.7; ОЛ-5, гл. 2, §1, 2.

Лекция 12. Минор матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор. Базисные строки и столбцы. Теорема об окаймляющих минорах и её следствия: теорема о базисном миноре, связь ранга матрицы с линейной зависимостью строк и столбцов, критерий вырожденности квадратной матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно ее элементарных преобразований (без док-ва). Способы вычисления ранга матрицы. Ранг системы векторов линейного пространства.

ОЛ-1, пп.8.4 – 8.6; ОЛ-2, п. 2.5; ОЛ-5, гл.1 § 3.

Лекция 13 Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Координатная, матричная и векторная формы записи. Понятие общего и частного решений СЛАУ. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Решение «квадратных» систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Вывод формул Крамера. Метод Гаусса решения СЛАУ, выбор базисных и свободных неизвестных. Критерий единственности решения совместной СЛАУ. *Метод Жордана – Гаусса решения СЛАУ.

ОЛ-1, пп. 9.1 – 9.4, 9.7, 10.3; ОЛ-5, Гл. 1, §3.

Лекция 14. Понятие подпространства линейного пространства. Примеры. Однородные СЛАУ, их совместность. Критерий существования ненулевого решения однородной СЛАУ, его следствие для «квадратных» систем. Свойства решений однородной СЛАУ. Размерность пространства решений однородной СЛАУ. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Теорема о структуре общего решения однородной СЛАУ. Теорема о структуре общего решения неоднородной СЛАУ. *Приложения СЛАУ.

ОЛ-1, пп. 9.5, 9.6, ОЛ-2, п. 2.1., ОЛ-5, Гл. 2, §3, п. 1., Гл.3, §2, пп.3, 4.

Лекция 15. Комплексные числа: алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. *Экспоненциальная форма записи комплексного числа и формулы Эйлера. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа..

ОЛ-6, гл. 7, §1.; ДЛ-4, гл. 4, гл.9, §38.,

Лекция 16. Многочлены в действительной и комплексной области. Деление с остатком, теорема Безу, *схема Горнера. Корень многочлена и его кратность. Основная теорема алгебры (без доказательства). Разложение многочленов с комплексными и действительными коэффициентами на неприводимые множители. Теорема о тождестве двух многочленов, принимающих равные значения в бесконечном числе точек.

ОЛ-6, гл. 7, §2; ДЛ-4, гл.5.

Примечание. Пункты, помеченные звездочкой *, излагаются на усмотрения лектора.