

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Ю.Ю. Инфимовский, Е.В. Онуфриева

ДИФРАКЦИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН НА
ДВОЙНОЙ ЩЕЛИ И ДИФРАКЦИОННОЙ
РЕШЕТКЕ

Методические указания к лабораторной работе О-72
по курсу общей физики

2015 г.

Цель работы: изучение дифракции плоской УЗ-волны на щелях и решетке.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Продольные упругие волны, имеющие частоту более 22 кГц называются ультразвуковыми. Ультразвуковым волнам, как и волнам иной природы (электромагнитным, например) присущи явления интерференции и дифракции.

Описание дифракции основывается на принципе Гюйгенса - Френеля, согласно которому каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн, которые интерферируют между собой. В случае отсутствия препятствий на пути распространения волны результатом интерференции является равномерное распределение интенсивности волны в местах наблюдения (регистрации). Под интенсивностью (I) волны понимают среднее по времени значение плотности потока энергии, которую переносит волна.

Наличие препятствия на пути распространения волны приводит к тому, что интенсивность волны в области наблюдения зависит от расположения точки наблюдения (регистрации). Возникающее при этом чередование максимумов и минимумов интенсивности называют дифракционной картиной.

Для ультразвуковых волн интенсивностью является среднее по времени значение модуля вектора Умова. Интенсивность ультразвуковых волн аналогично интенсивности звуковых волн ($\nu = 16...22$ кГц) изменяется от 10^{-12} Вт/м² (порог слышимости) до 10 Вт/м² (порог болевого ощущения). На практике удобнее регистрировать не саму интенсивность, а амплитуду избыточного давления Δp , создаваемого ультразвуковой волной. Интенсивность I и амплитуда избыточного давления Δp связаны известным соотношением

$$I = \frac{(\Delta p)^2}{2\rho V}, \quad (1)$$

где ρ - плотность невозмущенной газовой среды, где распространяются волны;

V - фазовая скорость волны.

Если источник волн и точки наблюдения расположены от препятствия настолько далеко, что волновые поверхности можно рассматривать как плоскости, то говорят о дифракции в параллельных лучах или дифракции по Фраунгоферу. В противном случае говорят о дифракции по Френелю.

В предлагаемом эксперименте практически точечный источник ультразвуковых волн расположен в фокусе сферического отражателя. Поэтому на препятствие падает плоская ультразвуковая волна и можно воспользоваться результатами, полученными для дифракции по Фраунгоферу. Так, зависимость амплитуды избыточного давления P от угла наблюдения φ для одиночной щели шириной b описывается выражением:

$$P(\varphi) = p_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right), \quad (2)$$

где λ - длина ультразвуковой волны. Очевидно, что в направлении $\varphi = 0$ возникает неопределенность типа $\frac{0}{0}$, которую легко раскрыть по правилу Лопиталя и получить значение дроби, равное 1. Следовательно, в направлении $\varphi = 0$ наблюдается максимум дифракционной картины. Положение минимумов легко определить, приравняв числитель дроби в выражении (2) к нулю: $\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right) = 0$, следовательно:

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = m\pi \quad (\text{где } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$$

или
$$b \sin \varphi = m\lambda \quad (3)$$

Между двумя соседними минимумами располагаются максимумы соответствующих порядков m . Их положения определяются из решения уравнения:

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \cdot \cos \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} - \sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = 0 \quad (4)$$

Так как решение этого трансцендентного уравнения связано с некоторыми трудностями, то практически принимают, что максимумы располагаются посередине соседних максимумов.

Отношение амплитуд давлений в боковых максимумах дифракционной картины к амплитуде давления в центральном максимуме можно определить из (2):

$$\frac{P_1}{P_0} = 0,21; \frac{P_2}{P_0} = 0,13; \frac{P_3}{P_0} = 0,09. \quad (5)$$

Анализ соотношения (2) приводит к выводу о симметричности дифракционной картины $p(-\varphi) = p(\varphi)$.

А из (3), с учетом того, что $|\sin \varphi| \leq 1$, можно оценить количество наблюдаемых минимумов:

$$m \leq \frac{b}{\lambda}. \quad (6)$$

На рис. 1 и 2 представлены расчетные распределения амплитуд избыточных давлений при дифракции на щелях различной ширины ($b_1 = 60$ мм и $b_2 = 40$ мм) для длины волны $\lambda = 8,58$ мм, что соответствует частоте 40 кГц и температуре воздуха $t^\circ = 20^\circ C$.

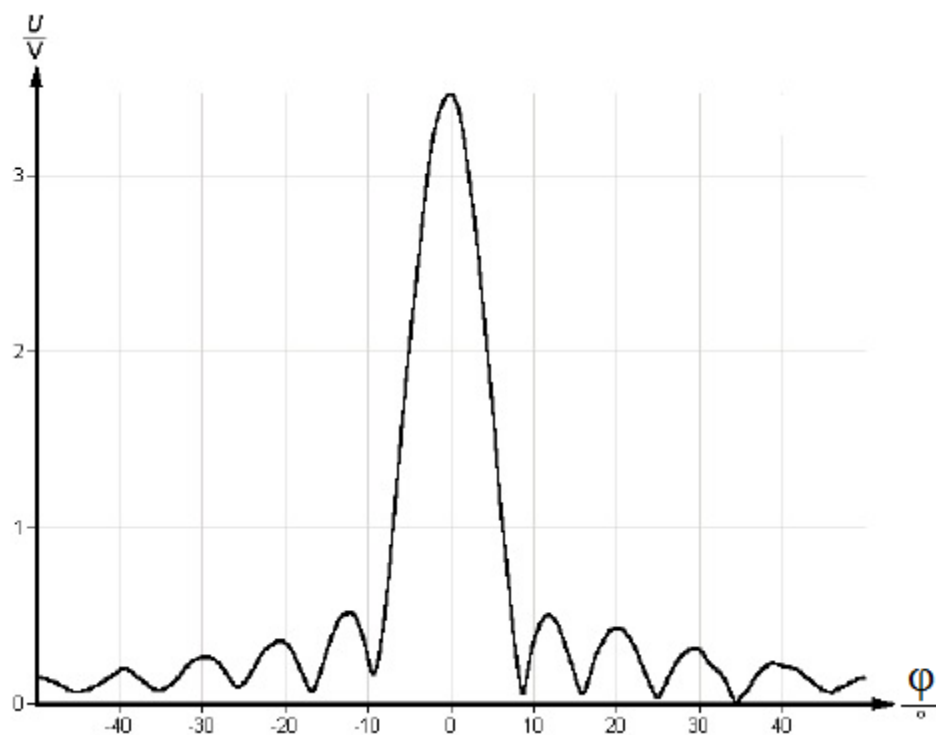


Рис. 1 Расчетное распределение амплитуды избыточного давления при дифракции на одиночной щели ширины $b_1 = 60$ мм.

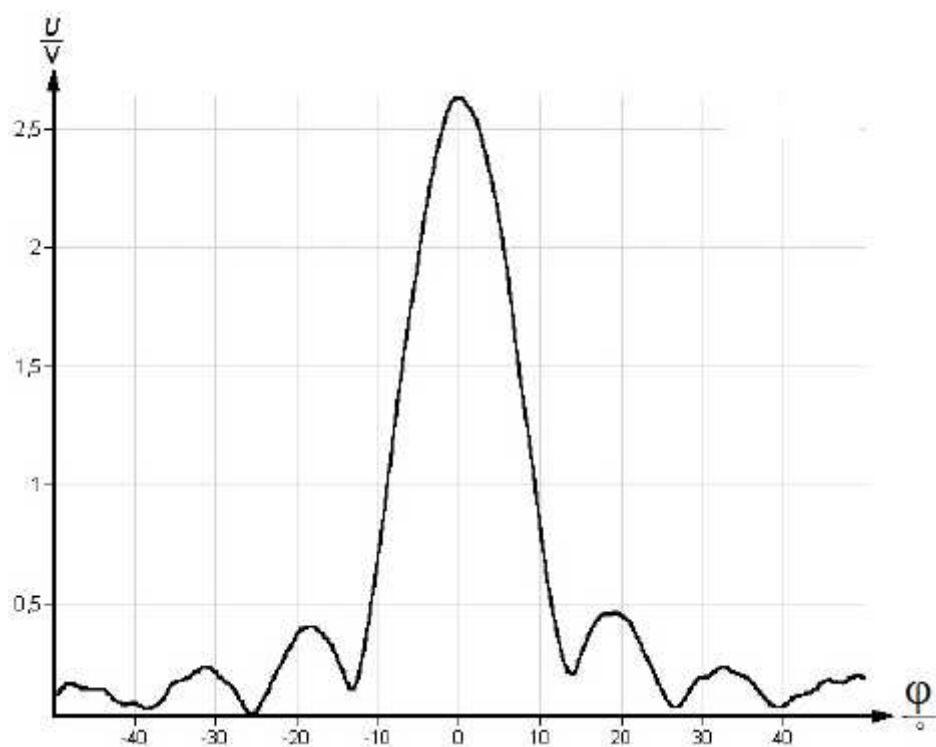


Рис. 2 Расчетное распределение амплитуды избыточного давления при дифракции на одиночной щели ширины $b_2 = 40$ мм.

Если препятствием для распространения ультразвуковых волн являются две щели одинаковой ширины b , расположенные на расстоянии d друг от друга, то распределение амплитуды избыточного давления $p(\varphi)$ для каждой щели описывается выражением (2), а сами щели необходимо рассматривать как два когерентных источника, волны от которых интерферируют между собой. В итоге получим выражение (2), промоделированное функцией $\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \sin \varphi\right)$;

$$p(\varphi) = 2p_0 \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \sin \varphi\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}. \quad (7)$$

На рис. 3 приведена расчетная дифракционная картина от двух щелей с $b=20$ мм и $d=50$ мм. Для наглядности также показана дифракционная картина от одиночной щели (такой же) ширины $b=20$ мм. Очевидно, что картина от одиночной щели является огибающей картины от двух щелей.

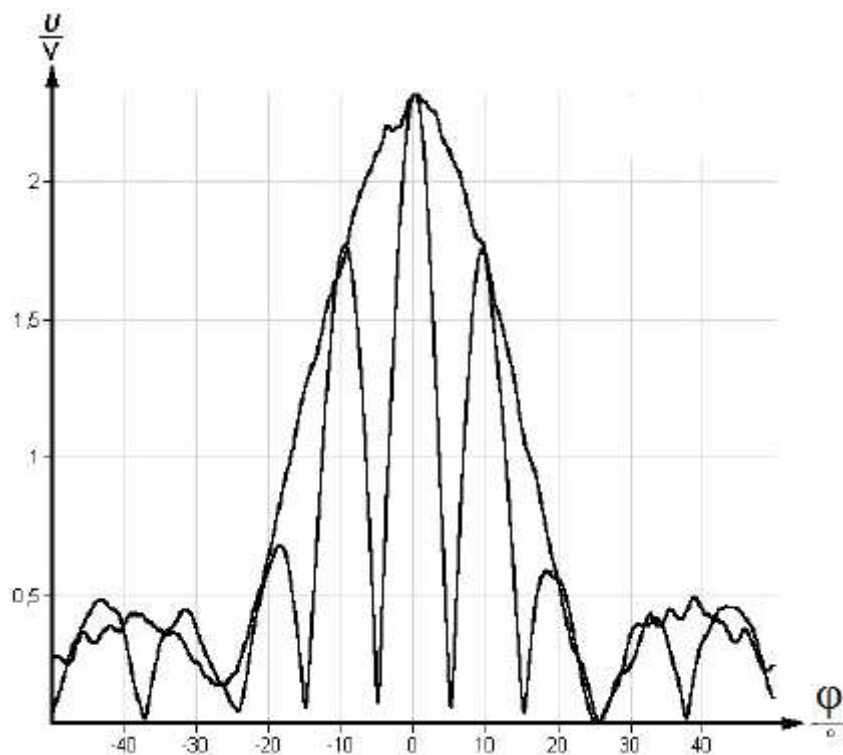


Рис. 3 Расчетная дифракционная картина от двух щелей с $b=20$ мм и $d=50$ мм

В завершении рассмотрим систему из N щелей одинаковой ширины b , расположенных на равных расстояниях d друг от друга. Такая система называется дифракционной решеткой, а расстояние d - периодом дифракционной решетки. Для описания дифракционной картины от решетки необходимо каждую щель рассматривать как самостоятельный источник волн и воспользоваться результатами, известными в многолучевой интерференции:

$$P_{\text{реш}}(\varphi) = P_{\text{щели}}(\varphi) \cdot \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\frac{\delta}{2}}, \quad (8)$$

где $\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$ - разность фаз волн от двух соседних щелей;

Δ - разность хода от двух соседних щелей.

В направлении $\varphi = 0$ как и для одиночной щели будет наблюдаться центральный максимум, а при выполнении условия:

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (9)$$

также будут наблюдаться максимумы в N раз превосходящие амплитуду давления исходной волны. Но помимо минимумов, определяемых выражением (3), описывающим дифракцию на одиночной щели, будем наблюдать добавочные минимумы при

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda \quad (k' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots), \quad (10)$$

т.е. k' принимает все целочисленные значения кроме тех $(0, N, 2N, \dots)$ при которых (10) переходит в (9). А между дополнительными минимумами должны располагаться дополнительные (вторичные) максимумы. Число таких максимумов равно $N-2$. Отношение амплитуд избыточных давлений в этих вторичных максимумах не превышает 0,21 амплитуды ближайшего главного максимума, положение которого определится соотношением (9).

Выражение (10) позволяет определить угловую ширину главных максимумов:

$$\delta\varphi_m \approx \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{m^2 \lambda^2}{d^2}}} \cdot \frac{2\lambda}{Nd}. \quad (11)$$

В частности, для центрального максимума угловая ширина получается:

$$\delta\varphi_0 = \frac{2\lambda}{Nd} . \quad (12)$$

На рис. 4 приведена расчетная дифракционная картина от 5 щелей с $b = 12,5$ мм и $d = 18,5$ мм.

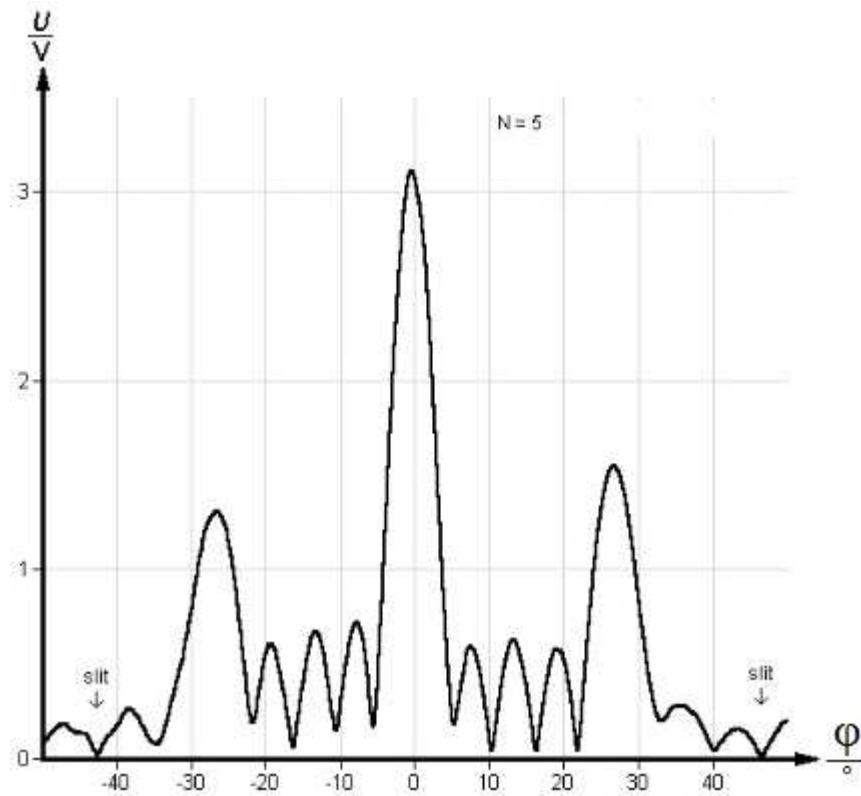


Рис. 4 Расчетная дифракционная картина от 5 щелей с $b = 12,5$ мм и $d = 18,5$ мм.

Малая угловая ширина главных максимумов (обратно пропорциональна числу щелей) позволяет получать весьма контрастные дифракционные картины. Это позволяет использовать дифракционные решетки для измерения длины волны λ по известному периоду решетки d и измеренному значению φ_{\max} .

Описание лабораторной установки

Внешний вид установки для исследования дифракции ультразвуковых волн на различных препятствиях представлен на рис. 5.

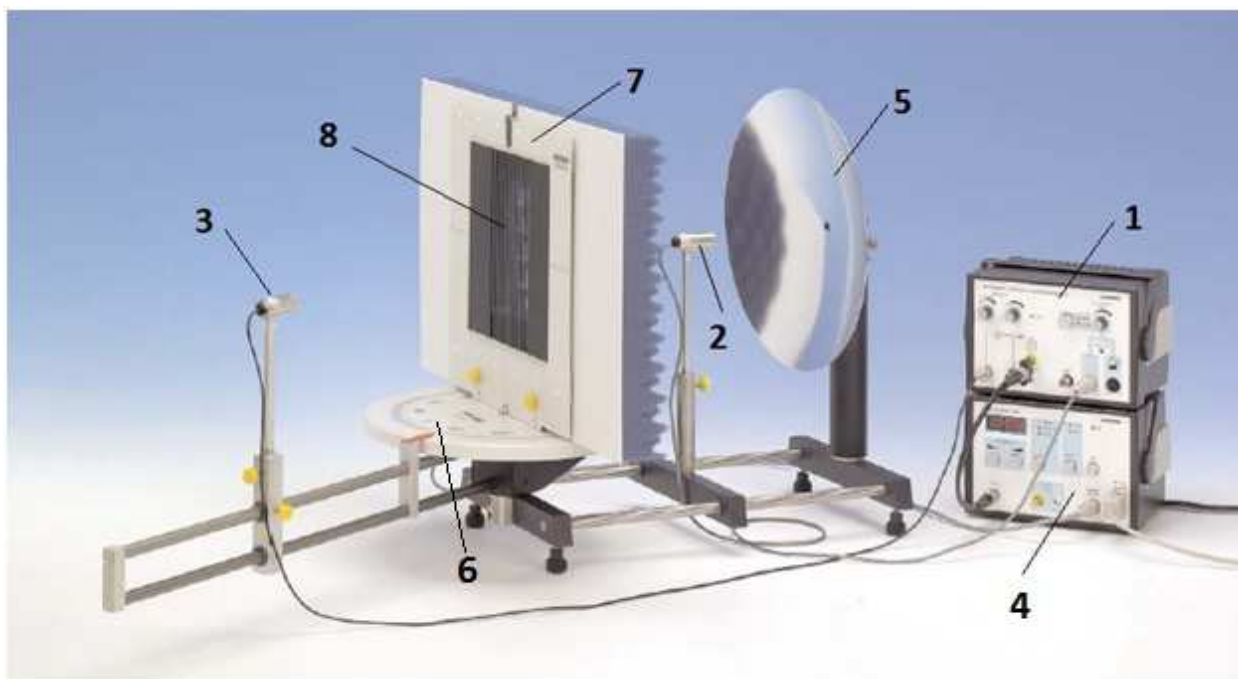


Рис. 5 Схема экспериментальной установки

Установка состоит из генератора переменного напряжения ультразвуковых частот (1); ультразвукового излучателя (2); ультразвукового приемника (3); усилителя сигнала с ультразвукового приемника (4), сферического зеркала (5) для формирования плоского фронта ультразвуковой волны; гониометра (6) для определения углового положения приемника, относительно фронта волны; держателя (7) для исследуемых объектов; дифракционной решетки (8); полосок для формирования одиночной и двойной щели; компьютера и соединительных кабелей.

Установка позволяет проводить эксперименты как в автоматическом, так и в ручном режимах. При проведении экспериментов в ручном режиме выходной сигнал регистрируется с помощью мультиметра. В автоматическом режиме сигнал с приемника ультразвука совместно с сигналом гониометра, зависящим от углового положения гониометра, подаются на компьютер. При

этом на дисплей выводится график зависимости давления ультразвуковой волны от углового положения приемника ультразвука.

Принцип работы ультразвукового излучателя основан на обратном пьезоэлектрическом эффекте - деформация особого рода диэлектрика (пьезоэлектрика) при приложении к поверхности последнего разности потенциалов. Следовательно, прилагая переменное электрическое напряжение с частотой, соответствующей частоте ультразвуковых колебаний, получим колебания поверхности пьезокристалла с той же частотой. Если эта поверхность граничит с воздушной средой, то в среде будут распространяться эти колебания - ультразвуковые волны.

Работа приемника ультразвуковых волн основана на прямом пьезоэлектрическом эффекте - возникновение разноименных связанных зарядов на противоположных гранях деформируемой пластинки из пьезокристалла.

Порядок выполнения работы.

1. Проверьте правильность подключения узлов установки согласно схеме (рис. 5)
2. С помощью шаблона проверьте фокусное расстояние от передатчика до сферического зеркала. Оно должно составлять 155 мм.
3. Визуально оцените соосность сферического зеркала и излучателя. При необходимости подкорректируйте высоту приемника и горизонтальность оси сферического зеркала.
4. После разрешения лаборанта или преподавателя включите питание генератора, блока измерения гониометра и персонального компьютера.

Внимание:

1. Во время проведения эксперимента старайтесь, чтобы в области между излучателем и приемником не было посторонних объектов, отражение ультразвуковых волн от которых может привести к искажению дифракционной картины.

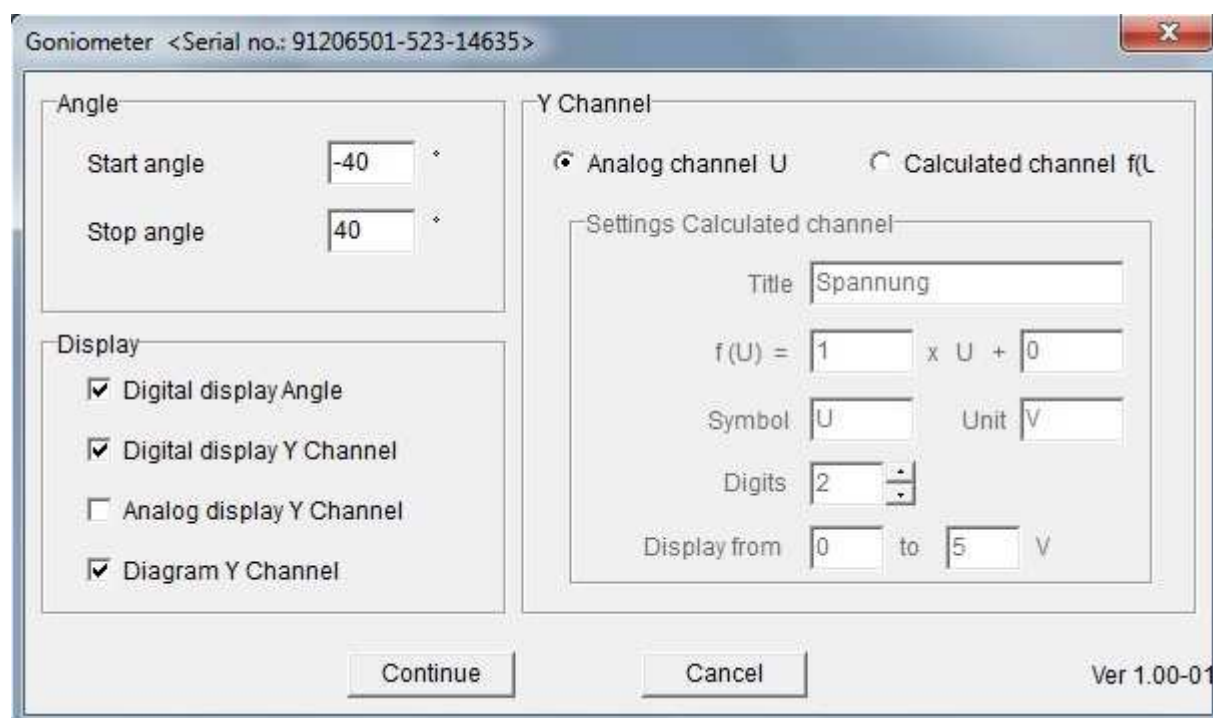
2. Если наблюдается некоторая асимметрия дифракционной картины, проверьте правильность расположения объекта дифракции относительно стола гониометра.

Задание 1.

1. Вставьте в держатель объектов две широкие металлические полоски и установите ширину щели $b = 60$ мм. При этом центр щели должен совпадать с осью сферического зеркала.

2. С помощью клавиши "CAL" блока управления гониометром расположите поворотный кронштейн на 0° . После этого отключите функцию "CAL".

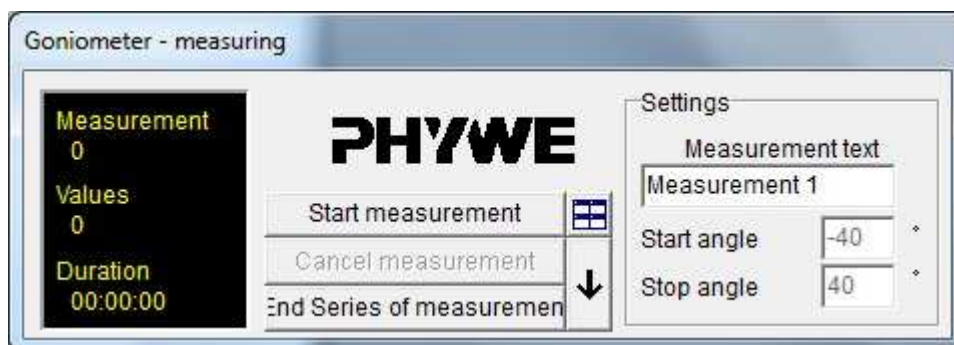
3. Используя программное обеспечение установите диапазон перемещения кронштейна с приемником в пределах $\pm 40^\circ$.



4. Если на генераторе переменного напряжения загорается светодиод "OVL", то необходимо уменьшить либо амплитуду передатчика, либо входное усиление приемника до потухания светодиода "OVL".

5. Произведите автоматическое измерение $p(\varphi)$. Для этого необходимо нажать кнопку Start–Measurement (Начало измерений). После проведения

измерений нажать кнопку End (Конец измерений). Сохраните полученную дифракционную картину.



Задание 2

1. Установите ширину щели $b = 40$ мм и сделайте п.п. 2-5 из задания 1.

Задание 3

1. Установите ширину щели $b = 20$ мм и сделайте п.п. 2-5 из задания 1.

Задание 4

1. Установите в держатель между двумя широкими пластинами узкую пластину так, чтобы образовались две щели с шириной $b = 20$ мм и промежутком между ними, равным ширине узкой полосы.

2. Сделайте п.п. 2-5 из задания 1.

Задание 5

1. Установите в держатель решетку из 6 щелей с шириной щели $b = 20$ мм.
2. Сделайте п.п. 2-5 из задания 1.

Задание 6.

Проведите анализ полученных результатов. Для этого сравните полученные экспериментально зависимости $p(\varphi)$ с зависимостями $p(\varphi)$, полученными расчетным путем (формулы (2), (7) и (8)) для тех же объектов - щели различной ширины; двойная щель; дифракционная решетка.

Задание 7.

Рассчитайте длину УЗ-волны по результатам заданий 1-5, используя формулу (9). Результаты занесите в табл. 1

Табл. 1

b, мм	$\varphi_{\min}^{(1)}$	λ , мм	$\varphi_{\min}^{(2)}$	λ , мм	$\frac{P_{\max}^{(1)}}{P_{\max}^{(0)}}$	$\frac{P_{\max}^{(2)}}{P_{\max}^{(0)}}$
60						
40						
20						
2×20						
6×20						

В связи с тем, что центральный максимум может не совпадать с "0", для вычисления $\varphi_{\min}^{(i)}$ необходимо взять полусумму значений $\varphi_{\min}^{(i)}$ по обе стороны от главного максимума.

Сравните полученные из эксперимента значения λ со значением $\lambda = \frac{v_{vз}}{\nu}$, где ν - частота ультразвуковых колебаний, $v_{vз}$ - фазовая скорость ультразвуковой волны (при $t = 20^\circ C$ $v_{vз} = 343$ м/с).

Сравните экспериментально полученные отношения $\frac{P_{\max}^{(i)}}{P_{\max}^{(0)}}$ с расчетными значениями (формула (5)).

Контрольные вопросы.

1. Почему в газообразных средах могут распространяться только продольные волны?
2. Отличие волнового уравнения от уравнения распространения гармонических волн.
3. Почему отношение интенсивностей центральных максимумов увеличивается с увеличением отношения ширины щелей?

Литература:

1. Афонин А.М.. Физические основы механики. -М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 368 с.

2. Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. Электромагнитное поле - М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. - 422 с.

3. Горелик В.С., Литвинов О.С. Электромагнитные волны и оптика.-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. - 448 с.