

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана

А.В. Косогоров, С.В.Чумакова, С.О.Юрченко

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА

Методические указания к лабораторной работе О-70 по курсу общей физики

Москва, 2010

Цель работы – определение длины волны монохроматического излучения полупроводникового лазера с помощью прозрачной дифракционной решетки и измерение размеров малых объектов дифракционным методом.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Волновой характер света отчетливо обнаруживается в *дифракции*, проявляющейся при распространении света в среде с резкими неоднородностями. Дифракция выражается в проникновении света в область геометрической тени, а также в специфическом рассеянии света на неоднородностях с образованием в общем случае максимумов и минимумов интенсивности дифрагированной волны по разным направлениям как в области тени, так и вне ее. Обнаруживающееся в явлении дифракции отступление от законов геометрической оптики, в частности, закона прямолинейного распространения света, не всегда наблюдается вследствие малости длины волны света по сравнению с размерами привычно наблюдаемых нами неоднородностей среды – преград, отверстий и т.п. Однако при уменьшении размеров этих неоднородностей до величины порядка длины волны дифракция становится заметной. Ее можно обнаружить и тогда, когда размеры неоднородностей велики по сравнению с длиной волны, но только при специальных условиях наблюдения.

Проникновение световой волны в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, который утверждает, что точку волнового фронта можно рассматривать как источник новой элементарной сферической волны. Зная положение фронта волны в некоторый момент времени t , можно построить положение фронта волны в следующий момент времени $t + \Delta t$, построив огибающую к фронтам всех элементарных волн, испускаемых такими источниками.

Чтобы объяснить различие в интенсивности дифрагированной на отверстии или препятствии световой волны по различным направлениям и в различных точках, Френель дополнил принцип Гюйгенса принципом интерференции. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля интенсивность света в некоторой точке (например, P) - есть результат наложения световых волн, источниками которых являются элементы волновой поверхности, расположенной между реальным источником света и данной точкой. При этом следует

считать, что все «источники» колеблются синфазно, так как они располагаются на одной и той же волновой поверхности; амплитуды складываемых колебаний в точке наблюдения зависят от расстояния до нее от «источников» (обратно пропорционально), площади элементов поверхности (прямо пропорционально) и угла между нормалью к волновой поверхности и направлением на избранную точку (амплитуды уменьшаются с увеличением угла).

Предполагается, что

«источники» создают когерентные (или частично когерентные) волны.

Существует строгое обоснование принципа Гюйгенса-Френеля, являющееся основой расчёта дифракционной картины. В общем случае такой расчёт оказывается технически сложным. Но при наличии определённой симметрии вычисления упрощаются.

Структура дифракционного поля существенно зависит от расстояния l между излучателем и точкой наблюдения. Различают дифракцию Френеля при $l \sim a^2/\lambda$ и дифракцию Фраунгофера при $l \gg a^2/\lambda$, где a - характерный размер излучателя (диаметр отверстия, ширина щели или радиус кривизны края препятствия и т.п.), λ – длина волны.

Дифракция Фраунгофера имеет большее практическое применение в оптике, поскольку приводит к более простым закономерностям (формулам). При дифракции Фраунгофера на дифракционный объект (отверстие, щель, дифракционную решетку и т.д.) направляют параллельный пучок света (плоскую волну) и дифракционную картину наблюдают на достаточно большом расстоянии, то есть практически в параллельных лучах или на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы.

В данной лабораторной работе рассматриваются эксперименты по дифракции Фраунгофера.

1. Дифракция Фраунгофера на щели

Пусть параллельный пучок лучей падает перпендикулярно на непроницаемую плоскость Π с длинной прямоугольной щелью, ширина которой a соизмерима с длиной волны света: $AB = a$ (рис.1). За плоскостью Π , параллельно ей ставится линза L , в фокальной плоскости которой на экране \mathcal{E} можно наблюдать дифракционную картину – чередующиеся светлые и темные полосы, параллельные щели.

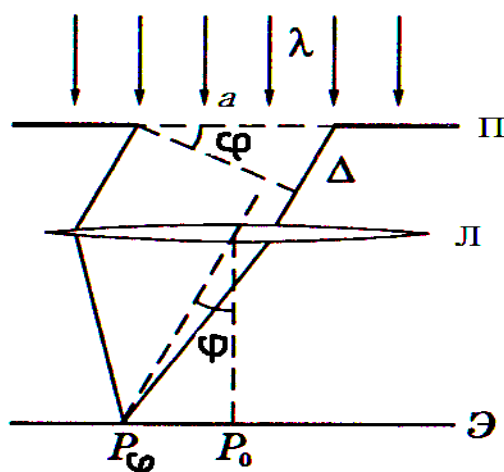


Рис.1

Для расчета дифракционной картины используется принцип Гюйгенса-Френеля, согласно которому каждая точка волновой поверхности, совпадающей с плоскостью щели, становится источником новых когерентных волн, то есть из каждой точки под всевозможными углами будут выходить когерентные лучи. Линза собирает пучок параллельных лучей, выходящих из точек щели под некоторым углом φ к падающим на нее лучам в одну точку в фокальной плоскости. В результате наложения всех волн в этой точке в зависимости от фазовых соотношений между колебаниями, возбуждаемыми волнами, может получиться усиление или, наоборот, ослабление интенсивности вплоть до гашения света. Так, все лучи, идущие от щели в том же направлении, что и падающие, собираясь в главном фокусе линзы, придут в одинаковой фазе (сама линза не вносит разности хода между этими лучами). Следовательно в центре дифракционной картины в точке P_0 (см. рис.1) получается максимум.

В точку P_φ дифракционной картины (рис.1) придут когерентные волны с одинаковой амплитудой от разных точек щели, но с разными фазами: разность фаз δ от волн, идущих от краев щели, зависит от оптической разности хода этих волн $\Delta = a \sin \varphi$ согласно известному соотношению

$$\delta = \frac{2\pi \cdot \Delta}{\lambda}, \quad (1)$$

где λ – длина волны света, то есть

$$\delta = \frac{2\pi \cdot a}{\lambda} \sin \varphi. \quad (2)$$

Разобьем щель a на очень узкие по ширине одинаковые зоны-полоски, параллельные боковым граням щели. Суммирование волн, пришедших в точку P_φ проведем с помощью векторной диаграммы. От каждой полоски амплитуда в точке наблюдения (в точке P_φ) одинакова и равна dA (здесь для удобства dE_m заменили на dA). В точке P_0 между dA нет сдвига по фазе и поэтому

$$A_0^{(1)} = dA + dA + \dots + dA, \quad (3)$$

где индекс (1) у A_0 отмечает, что это амплитуда волны от одной щели. То есть эта цепочка образует прямоуго, что соответствует максимуму интенсивности (рис.2).

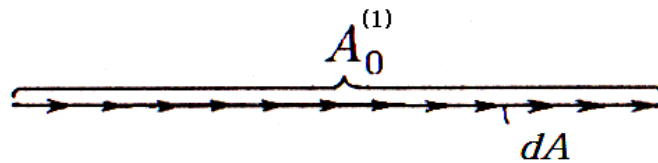


Рис.2

В точке P_φ при графическом изображении мы получим цепочку векторов $d\vec{A}_i$, одинаковых по модулю и повернутых друг относительно друга на один и тот же угол; а разность фаз между $d\vec{A}_1$ и $d\vec{A}_N$, где N – число полосок в щели, равно $\delta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \varphi$ (см. (3)). Это сложение показано на рис.3.

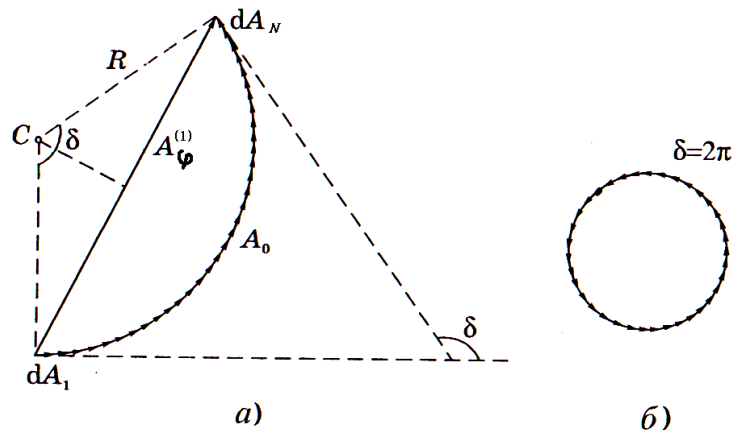


Рис.3

Результирующая амплитуда изобразится вектором $A_\varphi^{(1)}$ – хордой окружности с центром в точке C .

Из рис.3 видно, что $\frac{A_\varphi^{(1)}}{2} = R \sin(\delta/2)$, $A_0 = R\delta$, где R – радиус окружности.

Исключив R , получим

$$A_\varphi^{(1)} = A_0^{(1)} \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2}.$$

Но $\frac{\delta}{2} = \pi \frac{\Delta}{\lambda} = \pi \frac{a \sin \varphi}{\lambda}$. В итоге

$$A_{\varphi}^{(1)} = A_0^{(1)} \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}} \right|, \quad (4)$$

где $A_0^{(1)}$ – амплитуда колебаний дифракционного максимума нулевого порядка, то есть при $\varphi=0$. Модуль ставится потому, что амплитуда всегда положительна.

Выражение (4) обращается в нуль для углов φ , удовлетворяющих условию

$$\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = m\pi \text{ или } a \sin \varphi = m\lambda, \text{ где } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (5)$$

Выражение (5) определяет положение минимумов (число m является номером минимума). Кроме того из этого выражения видно, что уменьшение ширины щели a приводит к расширению дифракционной картины.

Между минимумами располагаются максимумы. Амплитуда $A_{\varphi}^{(1)}$ в максимумах определяется максимумами функции

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}}, \text{ или } \frac{\sin \psi}{\psi}, \text{ где } \psi = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$$

Амплитуда имеет максимум при выполнении условия

$$\frac{d}{d\psi} \left(\frac{\sin \psi}{\psi} \right) = 0, \text{ то есть } \frac{\cos \psi}{\psi} - \frac{\sin \psi}{\psi^2} = 0, \text{ или } \operatorname{tg} \psi = \psi.$$

Очевидное решение $\psi=0$ или $\frac{\pi a \sin \varphi_0}{\lambda} = 0$, что соответствует центральному максимуму. Последующие решения дают

$$\frac{\pi a \sin \varphi_1}{\lambda} = \pm 1,43\pi; \quad \frac{\pi a \sin \varphi_2}{\lambda} = \pm 2,46\pi; \quad \frac{\pi a \sin \varphi_3}{\lambda} = \pm 3,47\pi; \dots \quad (6)$$

Условия 1-го, 2-го и 3-го максимумов можно записать в виде:

$$a \sin \varphi_1 = \pm 1,43\lambda; \quad a \sin \varphi_2 = \pm 2,46\lambda; \quad a \sin \varphi_3 = \pm 3,47\lambda. \quad (7)$$

Так как интенсивность монохроматической волны пропорциональна квадрату амплитуды $A_{\varphi}^{(1)}$, то с учетом формулы (4) можно записать

$$I_{\varphi}^{(1)} = I_0^{(1)} \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \quad (8)$$

Приняв $I_0^{(1)} = 1$ и подставив значения (6) в выражение (8), получим, что интенсивности центрального (нулевого) и боковых (первого, второго, третьего) максимумов относятся друг к другу, как

$$I_0^{(1)} : I_1^{(1)} : I_2^{(1)} : I_3^{(1)} : \dots = 1 : 0,047 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

Таким образом, в центральном максимуме сосредоточена основная доля световой энергии, проходящей через щель. На рис.4 представлено распределение интенсивности света в фокальной плоскости линзы (без соблюдения масштаба). Угловая полуширина центрального максимума равна λ/a (для малых углов $\sin \varphi = \varphi$).

Дифракционная картина в монохроматическом свете имеет вид чередующихся светлых и темных полос, параллельных щели. Таковую же картину можно наблюдать и без линзы на достаточно большом расстоянии от щели, при котором лучи от краев щели идут приблизительно параллельно до точки наблюдения.

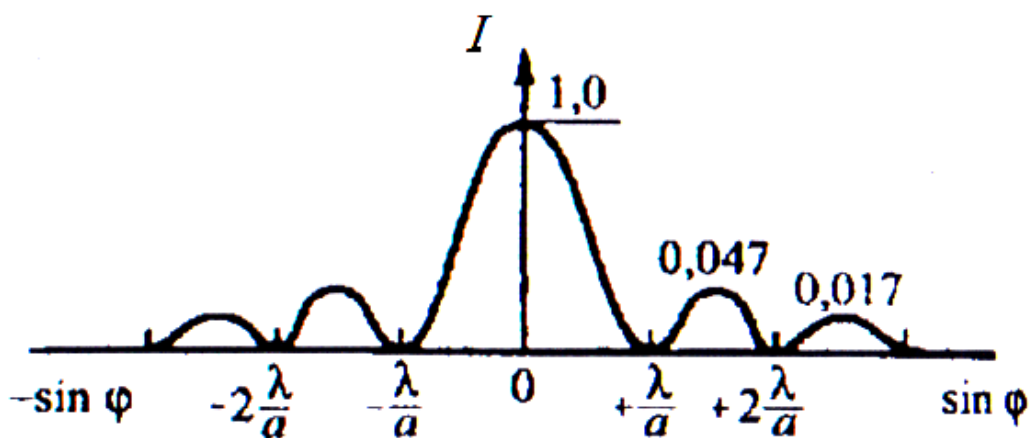


Рис.4

2. Дифракция Фраунгофера от круглого отверстия

Дифракцию Фраунгофера от круглого отверстия диаметром D можно наблюдать на удаленном экране или в фокальной плоскости собирающей линзы (рис.5), направив на отверстие в непрозрачной преграде нормально плоскую световую волну. Дифракционная картина будет иметь вид центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами.

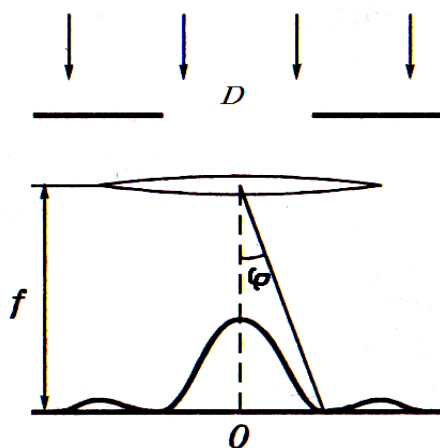


Рис.5

Вычисление зависимости интенсивности света от угла φ требует знания бесселевых функций и представляет большие трудности. Приведем лишь готовый результат.

На рис.6 изображена зависимость интенсивности света $I_{\varphi}^{(o)}$ от величины $\Phi = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \varphi$. Имеется главный максимум при $\varphi = 0$ (в него все вторичные волны приходят в одинаковых фазах) и ряд максимумов (светлые кольца) и минимумов (темные кольца), тем более близких между собой, чем больше D и чем меньше λ . Индекс (о) у I_{φ} отмечает, что это интенсивность света при дифракции от круглого отверстия.

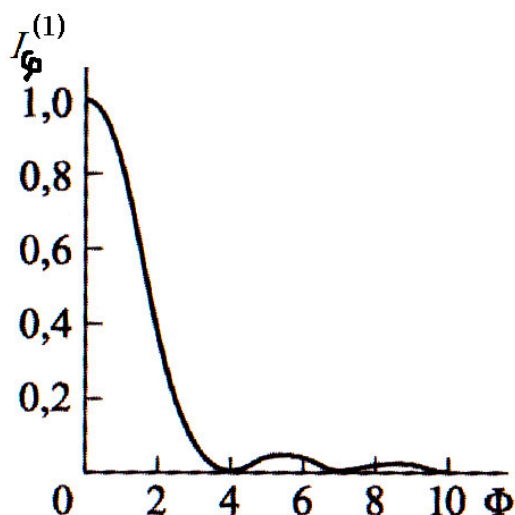


Рис.6

Соответствующий расчет дает для первого минимума (первого темного кольца):

$$\sin \varphi_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (9)$$

Для экрана установленного на большом расстоянии L от преграды с отверстием, с учётом малости угла φ_1 ($\sin \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{d_1}{2L}$), получаем:

$$d_1 = 2,44L \frac{\lambda}{D} \quad (10).$$

Данные по четырём тёмным и светлым кольцам приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

Минимумы	Максимумы	Интенсивность в максимумах
$\sin \varphi_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$	$\sin \varphi'_0 = 0$	1
$\sin \varphi_2 = 2,24 \frac{\lambda}{D}$	$\sin \varphi'_1 = 1,62 \frac{\lambda}{D}$	0,0175
$\sin \varphi_3 = 3,24 \frac{\lambda}{D}$	$\sin \varphi'_2 = 2,66 \frac{\lambda}{D}$	0,0042
$\sin \varphi_4 = 4,24 \frac{\lambda}{D}$	$\sin \varphi'_3 = 3,7 \frac{\lambda}{D}$	0,0016

Из этой таблицы видно, что около 98% света приходится на центральный максимум. Если исключить центральный максимум, то остальные тёмные и светлые кольца практически равноотстоящие.

Случай круглого отверстия на практике представляет большой интерес, так как все оправы линз и объективов имеют обычно круглую форму.

3. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решётке

Дифракционную решётку может представлять система параллельных щелей одинаковой ширины a , находящихся друг от друга на одинаковом расстоянии b . Величина $d = a + b$ называется постоянной решётки или её периодом.

Традиционным способом изготовления дифракционной решётки является нанесение на стеклянную пластинку параллельных штрихов через одинаковые интервалы с помощью делительной машины, снабжённой алмазным резцом (штрихи свет не пропускают, обеспечивая одинаковые непрозрачные промежутки между щелями). В настоящее время разработаны и другие технологии изготовления дифракционных решёток.

Общий размер решётки в направлении, перпендикулярном к её элементам

$$l = Nd, \text{ где}$$

N – число штрихов решётки.

Пусть на решётку падает плоская монохроматическая волна перпендикулярно её плоскости. Наблюдение дифракционной картины производится в параллельных лучах с помощью линзы, собирающей свет на экран, помещённый в её фокальной плоскости (рис.7).

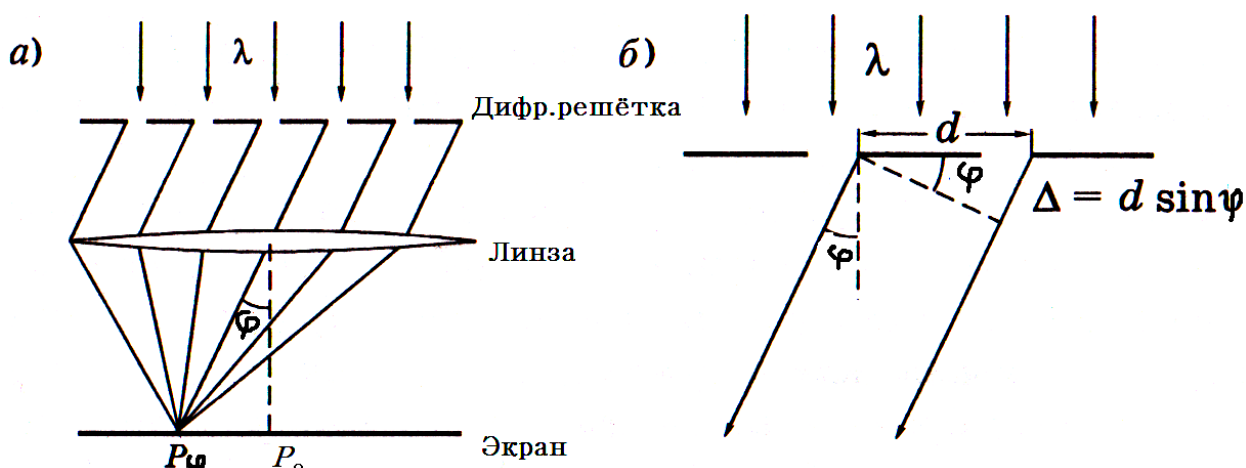


Рис.7

При дифракции на решётке колебания во всех точках щелей происходят в одной фазе, поскольку эти точки принадлежат одной и той же волновой поверхности. Следовательно, колебания, приходящие в точку наблюдения P_0, P_φ, \dots от разных щелей когерентны. Для нахождения результирующей амплитуды (и интенсивности) необходимо найти фазовые соотношения между этими когерентными колебаниями. Здесь удобно использовать метод векторных диаграмм.

В фокус линзы, т.е. в середину дифракционной картины, когерентные колебания от всех щелей приходят в одинаковой фазе. Это означает, что если амплитуда от одной щели равна A_{01} , а число щелей в решётке N , то результирующая амплитуда в точке P_0 равна

$$A_0 = A_{01} \cdot N$$

В точку P_φ (см. рис.7) придут колебания одинаковой амплитуды $A_{\varphi 1}$ но с разными фазами: разность фаз колебаний от соседних щелей одинакова и равна $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi$, так как разность хода для них $\Delta = d \cdot \sin \varphi$.

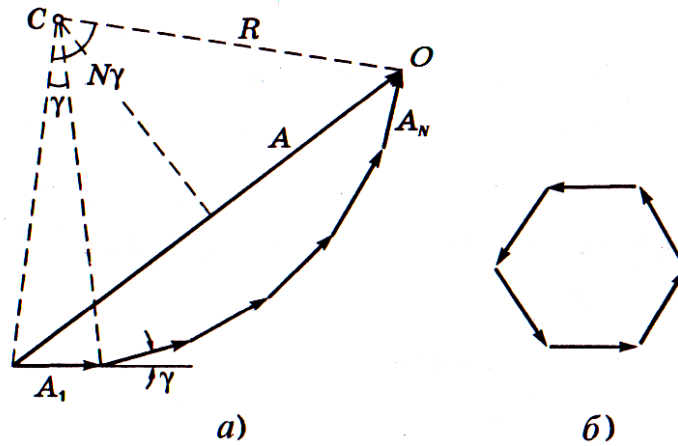


Рис.8

Выберем начало отсчёта времени так, чтобы фаза электрического поля, создаваемого в точке наблюдения P_φ первой (крайней) щелью, была равна нулю. Векторная диаграмма в этом случае – ломаная линия, состоящая из звеньев одинаковой длины $A_{\varphi 1}$, причём каждое звено образует одинаковый угол γ с предыдущим звеном (рис.8).

Обозначим результирующую амплитуду в точке P_φ от всех щелей A_φ . Из рис.8 имеем

$$\frac{A_\varphi}{2} = OH = OC \cdot \sin \alpha = OC \cdot \left| \sin \frac{2\pi - N\gamma}{2} \right|, \text{ где}$$

$OC = R$ – радиус окружности.

$$\frac{A_\varphi}{2} = R \cdot \sin \alpha = R \left| \sin \frac{N\gamma}{2} \right|.$$

Из рис.8 также имеем

$$\frac{A_{\varphi 1}}{2} = \frac{OM}{2} = R \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|.$$

Исключив R , получим

$$A_\varphi = A_{\varphi 1} \left| \frac{\sin \frac{N\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right|, \quad (11)$$

где $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \varphi$.

Для интенсивности света $I_\varphi = A_\varphi^2$ получаем

$$I_\varphi = I_{\varphi 1} \left(\frac{\sin \frac{N\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right)^2, \quad (12)$$

Где $I_{\varphi 1} = A_{\varphi 1}^2$ – интенсивность света от одной щели в направлении угла φ , определяемая формулой (8).

С учётом (8) формула (12) приобретает вид

$$I_{\varphi} = I_{01} \left(\frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{N\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right)^2, \quad (13)$$

где $\frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sin \varphi$, $\frac{\gamma}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \varphi$, I_{01} – интенсивность от одной щели при $\varphi=0$.

Формула (13) полностью описывает дифракционную картину от решётки.

Очевидно $A_{\varphi} = 0$, когда векторная диаграмма образует замкнутый многоугольник. Первый раз цепочка векторов замыкается и вектор \vec{A}_{φ} обращается в нуль, когда угол $N\gamma$ становится равным 2π (см. рис.8); затем 4π , 6π и т.д. Цепочка распрямляется, и A_{φ} имеет наибольшее возможное значение, а именно: $A_{\varphi} = NA_{\varphi 1}$ ($I_{\varphi} = N^2 I_{\varphi 1}$), если $\gamma = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ т.е. векторная цепочка вытягивается в прямую (при $\sin \frac{\gamma}{2} \rightarrow 0$ получаем $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$, $\sin \frac{N\gamma}{2} \approx N \frac{\gamma}{2}$ и

$$\left| \frac{\sin \frac{N\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right| = N).$$

С учётом того, что $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \varphi$ получаем условие максимумов:

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (14)$$

Волны от соседних щелей усиливают друг друга, т.е. волны от всех щелей усиливают друг друга. Это означает, что соотношение (14) определяет направления, по которым образуются главные максимумы.

Графически сложение амплитуд от отдельных щелей, приводящее к образованию главных максимумов показано на рис.9.

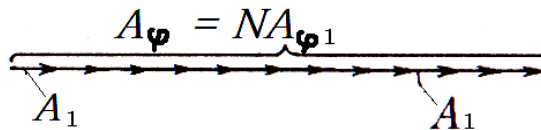


Рис.9

Видно, что $NA_{\varphi 1}$ является действительно максимальной амплитудой, которая может быть образована из амплитуд волн, дифрагированных на N щелях в направлении, определяемом углом φ . Отсюда ясно, почему эти максимумы называются главными.

Однако, амплитуда A_{φ} главных максимумов, не одинакова. Из формулы (13) следует, что она модулируется множителем $\left| \frac{\sin \delta/2}{\delta/2} \right|$, т.е. амплитуда главных максимумов модулируется дифракцией от отдельных щелей. Максимальное значение $\left| \frac{\sin \delta/2}{\delta/2} \right|$ равно единице. Оно достигается при условии

$\delta/2 = 0$, которое соответствует центральному максимуму ($\varphi = 0$). Амплитуда всех остальных главных максимумов меньше. Если главный максимум приходится на направление, для которого $\sin \delta/2 = 0$ (а значит $a \sin \varphi = m\lambda$, см. выражение (5)), что соответствует минимумам от одной щели, то этот главный максимум отсутствует.

Целое число m в условии главных максимумов (14) называют порядком главного максимума или порядком спектра.

Минимумы излучения образуются тогда, когда в результате сложения векторов амплитуд от отдельных щелей получается результирующая нулевая амплитуда, т.е. $A_\varphi = 0$. Как отмечалось выше после уравнения (11) это происходит, если $N\gamma$ будет равен чётному числу π . Поэтому условие минимумов амплитуд (и интенсивностей) в дифракционной картине записывается в виде

$$N\gamma = 2\pi n' \quad (n' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (15)$$

или, поскольку $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi$, то

$$d \cdot \sin \varphi = \frac{m'}{N} \lambda \quad (m' \neq 0, \pm N, \pm 2N, \dots), \quad (16)$$

так как при $m' = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$ отношение $\frac{m'}{N}$ становится целым числом

$\left(m = \frac{m'}{N}\right)$ и выражение (16) превращается в условие главного максимума (14).

Условие (15) для минимума может быть, конечно, получено и из формулы (13):

$$\sin \frac{N\gamma}{2} = 0, \text{ а } \sin \frac{\gamma}{2} \neq 0 ,$$

т.е. при $\frac{N\gamma}{2} = m'\pi$ ($m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), что совпадает с (15).

Из (16) заключаем, что между двумя соседними главными максимумами имеется $(N - 1)$ минимумов. Ясно, что между минимумами должны быть максимумы, которые называются второстепенными. Следовательно, между двумя соседними главными максимумами имеется $(N - 2)$ второстепенных максимумов. На эти максимумы и минимумы накладываются минимумы, возникающие при дифракции от отдельной щели. Второстепенные максимумы слабы по сравнению с главными максимумами. Они создают более или менее равномерный слабый фон. На нём выступают узкие и резкие главные максимумы, в которых концентрируется практически весь дифрагированный свет.

На эти максимумы и минимумы накладываются минимумы, возникающие при дифракции от отдельной щели. Вообще дифракция от N щелей модулируется по закону характеризующему распределение интенсивности света при дифракции от одной щели. Поэтому наиболее яркими получаются максимумы в пределах центрального максимума при дифракции от одной щели.

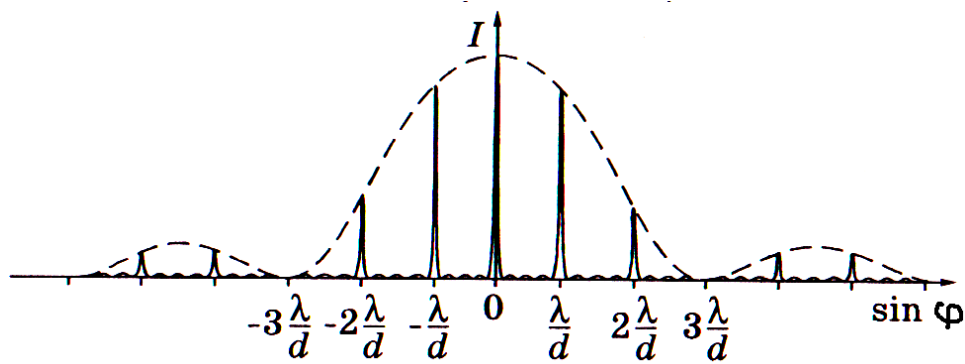


Рис.10

График функции (13) представлен на рис.10 как зависимость интенсивности дифракционной картины от угла дифракции φ , точнее от $\sin \varphi$ для $a = \frac{d}{3}$ и $N = 5$. Видно, что в пределах центрального максимума от одной щели располагаются 5 главных максимумов от дифракционной решётки. Пунктирная кривая изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 .

Если на решётку падает белый свет, то каждая из волн различной длины даёт свою дифракционную картину. Из условия $d \cdot \sin \varphi = m\lambda$ видно, что угол φ для фиксированного m увеличивается с увеличением λ . В нулевом порядке дифракции $m = 0$ и центральный максимум $\varphi = 0$ совпадает для всех волн. Поэтому в центре образуется белая полоса. При $m \neq 0$ ближе к центру располагаются линии, соответствующие самой малой длины волны, т.е. фиолетового цвета, а линии красного цвета располагаются дальше всего от центра.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Описание экспериментальной установки

Внешний вид установки в сборе показан на рис.11. В качестве источника монохроматического излучения используется полупроводниковый лазер 1.

Излучение от лазера падает на рабочую поверхность дифракционного объекта 2, установленного на держателе в вертикальном модуле 3. Перемещение объекта 2 в вертикальном направлении осуществляется при помощи юстировочного винта 4. Дифракционная картина наблюдается на экране 5.

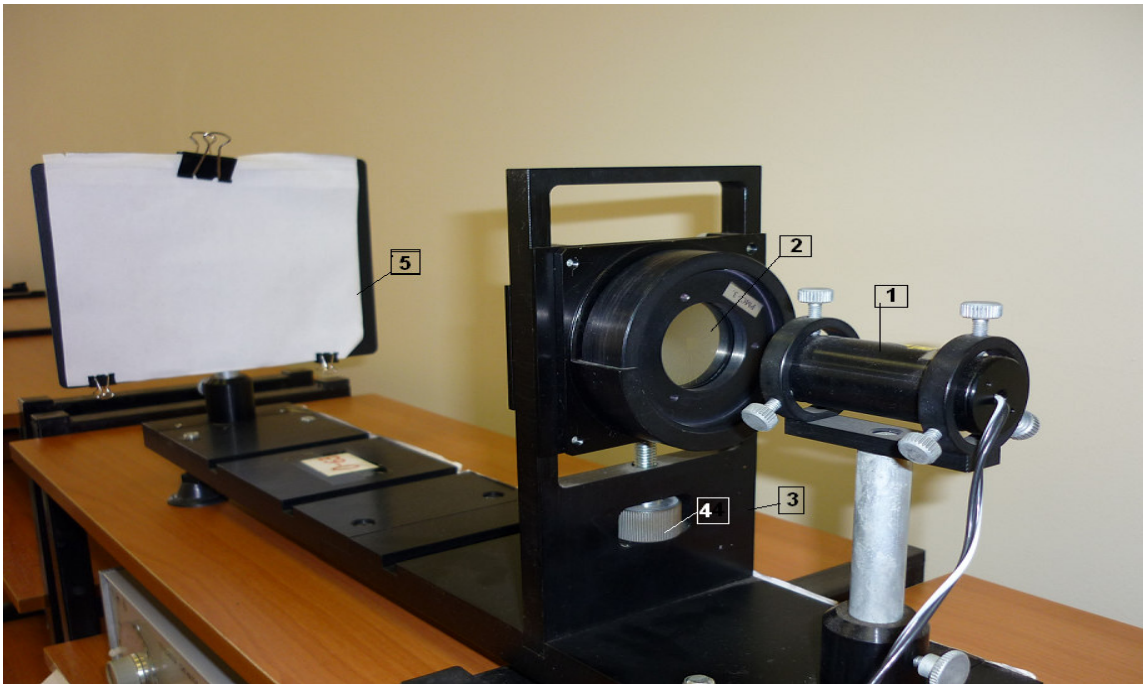


Рис.11

Дифракционный объект (рис.12) представляет собой стеклянную подложку диаметром 35мм и толщиной 3мм с зеркальным непрозрачным покрытием и выполненными по специальной фотолиграфической технологии прозрачными структурами (одиночные и двойные щели, отверстия) Они расположены в трех рядах *A*, *B* и *C* через равные угловые промежутки (10, 45 и 22,5 угл.градуса соответственно). В центре объекта находится дифракционная решетка. Она представляет собой квадратную сетку из прозрачных штрихов шириной $a = 6$ мкм и периодами $d = 50$ мкм по обеим координатам. Общее число штрихов по каждой координате – 100, длина каждого штриха – 5 мм.

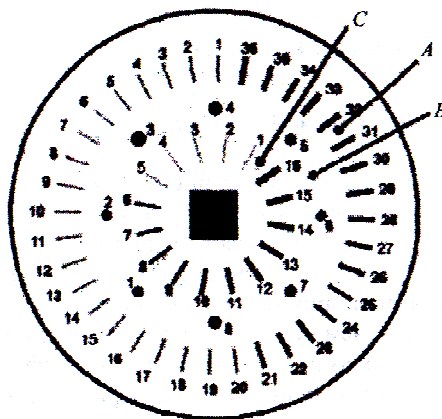


Рис.12

Для наблюдения дифракции Фраунгофера используется полупроводниковый лазер с диаметром луча 3,5 мм и плоским волновым фронтом.

Порядок выполнения эксперимента и обработка результатов измерений

Задание 1. Определение длины волны излучения лазера с помощью дифракционной решётки

1. Ознакомиться с основными элементами экспериментальной установки.

2. Включить полупроводниковый лазер.

3. Установить дифракционный объект 2 в вертикальный модуль 3 (рис. 11), совместив метку на нём с риской на держателе дифракционного объекта. С помощью юстировочного винта 4 перемещать держатель в вертикальном направлении до тех пор пока лазерный луч не попадёт в центр дифракционной решётки.

4. Получить на экране 5 дифракционную картину от дифракционной решётки. Так как штрихи на ней нанесены в двух перпендикулярных направлениях с одинаковыми периодами, то яркие главные максимумы красного цвета на экране должны быть видны одинаковыми в двух направлениях (по оси x и по оси y). Так как у решётки $a \approx d/8$ ($a = 6$ мкм, $d = 50$ мкм), то ярких главных максимумов должно быть не менее 15 в каждом из перпендикулярных направлений; самый яркий центральный или нулевой максимум при $m = 0$; слева и справа по оси x (сверху и снизу по оси y) главные максимумы порядка $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Второстепенные максимумы не видны.

5. На бумажном листе, закреплённом на экране, карандашом отметить центры нулевого максимума и пяти главных максимумов ненулевого порядка слева и справа от центрального по оси x и ещё пяти главных максимумов сверху и снизу от центрального по оси y . Снять лист с экрана и на столе линейкой измерить расстояния между максимумами одного порядка. Результаты занести в таблицу 2. В эту же таблицу вписать расстояния от центрального максимума до максимума ненулевого порядка m_i по осям x и y , обозначив их: $x_1, x_2, \dots, x_5; y_1, y_2, \dots, y_5$. Для этого расстояния во втором и третьем столбцах разделить на 2.

Таблица 2

Порядок максимума m_i	Расстояние между максимумами одного порядка в мм		Расстояние от центрального максимума до m_i в мм	
	по оси x	по оси y	по оси x	по оси y
$m_1 = \pm 1$				
$m_2 = \pm 2$				
$m_3 = \pm 3$				
$m_4 = \pm 4$				
$m_5 = \pm 5$				

6. Измерить линейкой расстояние L от дифракционного объекта до экрана в миллиметрах с точностью ± 5 мм. Убедиться, что расстояние L намного больше x_i и y_i , где $i = 1, 2, 3, 4, 5$. При таких условиях тангенсы углов дифракции φ равны с хорошей точностью синусам этих углов.

7. Рассчитать синусы углов дифракции по формулам

$$\sin \varphi_i^{(x)} = \operatorname{tg} \varphi_i^{(x)} = \frac{x_i}{L} \text{ и } \sin \varphi_i^{(y)} = \operatorname{tg} \varphi_i^{(y)} = \frac{y_i}{L}, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (17)$$

и выписать их в два столбца.

8. Используя условие главных максимумов (14) при $d = 50$ мкм, рассчитать длину волны излучения лазера по формулам

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \varphi_i^{(x)}}{m_i} \text{ и } \lambda = \frac{d \cdot \sin \varphi_i^{(y)}}{m_i}, \text{ где } m_i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (18)$$

9. Все значения λ (а их будет 10) выписать в столбец и рассчитать их среднее значение. Среднее значение $\langle \lambda \rangle$ выразить в нанометрах (нм).

10. Рассчитать погрешность измерений длины волны $\Delta \lambda$ по методу Стьюдента:

$$\Delta \lambda = t_{pf} \sqrt{\frac{\sum (\langle \lambda \rangle - \lambda_i)^2}{n(n-1)}}, \quad (19)$$

где $n = 10$; $i = 1, 2, \dots, 10$; $t_{pf} = 1,83$ для доверительной вероятности $P = 0,9$ и $f = n - 1 = 9$.

Результат измерения длины волны представить в виде $\langle \lambda \rangle \pm \Delta \lambda$.

Задание 2. Измерение ширины прямоугольной щели

1. С помощью юстировочного винта 4 переместить дифракционный объект 2 вверх так, чтобы лазерный луч попал на одну из щелей в ряду С дифракционного объекта (см. рис. 12). На экране (на него опять нужно повесить чистый бумажный лист) должна появиться дифракционная картина с таким распределением интенсивности красного цвета, как показано на графике рис.4: яркий центральный максимум, слева и справа от него чередующиеся минимумы и не очень яркие максимумы первого, второго и третьего порядков.

2. Для определения ширины щели a следует воспользоваться условием минимумов (5). Длину волны λ считать известной, так как она была определена в задании 1. Из дифракционной картины определить синус угла дифракции φ . Для этого карандашом отметить центры трёх минимумов слева и трёх справа от центрального максимума. Снять лист с экрана и на столе линейкой измерить расстояния между минимумами одного порядка. Результаты занести в таблицу 3. В эту же таблицу вписать расстояния l_1, l_2, l_3 от центрального максимума до минимумов первого, второго и третьего порядков, для чего значения второго столбца поделить на 2. Убедиться, что $l_j \ll L$ (расстояние L было измерено в задании 1, п.б).

Таблица 3

Порядок минимума m_j	Расстояние между минимумами одного порядка в мм	Расстояние от центрального максимума до m_j минимума в мм
$m_1 = \pm 1$		$l_1 =$
$m_2 = \pm 2$		$l_2 =$
$m_3 = \pm 3$		$l_3 =$

При $l_j \ll L$

$$\sin \varphi_j = \operatorname{tg} \varphi_j = \frac{l_j}{L}, \text{ где } j = 1, 2, 3. \quad (20)$$

Подставив выражение (20) в формулу (5) получаем выражение для расчёта ширины щели

$$a_j = \frac{m_j \lambda \cdot L}{l_j}, \quad (j = 1, 2, 3). \quad (21)$$

Полученные по этой формуле значения ширины щели выписать в столбец и рассчитать их среднее значение a .

3. Рассчитать погрешность измерения ширины щели по формуле

$$\Delta a = a \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}, \quad (22)$$

где $\Delta \lambda$ определена в задании 1, $\Delta L = 5 \text{ мм}$, $\Delta l = 0,5 \text{ мм}$, l взята равным l_2 (см. табл.3).

Результат измерения ширины щели представить в виде $a \pm \Delta a$.

Задание 3. Определение диаметра круглого отверстия

1. С помощью юстировочного винта 4 переместить дифракционный объект 2 вверх так, чтобы лазерный луч попал на одно из его круглых отверстий в ряду В (см. рис. 12). На экране (на него нужно опять повесить чистый бумажный лист) должны появиться чередующиеся тёмные и светлые (красные) дифракционные кольца с ярким центральным светлым пятном. Распределение интенсивности красного цвета будет таким, как показано на рис. 6 и в таблице 1 (последний столбец). В центре – максимум нулевого порядка, затем минимум и максимум первого порядка, затем минимум и максимум второго порядка.

2. На бумажном листе, помещённом на экран, карандашом одного цвета отметить середины тёмных колец и карандашом другого цвета – середины светлых колец. Снять лист с экрана и на столе линейкой измерить диаметры

тёмных колец и диаметры светлых колец. Результаты занести в таблицу 4. Убедиться, что $r_k \ll L$ и $r_k^* \ll L$.

Таблица 4

Порядок колец	Диаметры дифракционных колец в мм		Радиусы дифракционных колец в мм	
	тёмных	светлых	тёмных	светлых
$m_k = 1$			$r_1 =$	$r_1^* =$
$m_2 = 2$			$r_2 =$	$r_2^* =$
$m_3 = 3$			$r_3 =$	$r_3^* =$

3. Для нахождения синуса угла дифракции с учётом малости радиусов дифракционных колец воспользоваться формулами:

для тёмных колец

$$\sin \varphi_k = \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{r_k}{L}, \quad (k = 1, 2, 3) \quad (23)$$

для светлых колец

$$\sin \varphi_k^* = \operatorname{tg} \varphi_k^* = \frac{r_k^*}{L}, \quad (k = 1, 2, 3) \quad (24)$$

Значения $\sin \varphi_k$ и $\sin \varphi_k^*$ занести в таблицу 5.

Таблица 5

Минимумы	Максимумы
$\sin \varphi_1 =$	$\sin \varphi_1^* =$
$\sin \varphi_2 =$	$\sin \varphi_2^* =$
$\sin \varphi_3 =$	$\sin \varphi_3^* =$

4. Используя данные таблиц 1 и 5 получить несколько значений диаметра круглого отверстия, выписать эти значения в столбец и рассчитать среднее значение диаметра D .

5. Рассчитать погрешность измерения диаметра по формуле

$$\Delta D = D \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2}, \quad (25)$$

где $\Delta \lambda$ определена в задании 1, $\Delta L = 5 \text{ мм}$, $\Delta r = 0,5 \text{ мм}$, r берётся из таблицы 4.

Результат представить в виде $D \pm \Delta D$.

Контрольные вопросы

1. В чём заключается принцип Гюйгенса-Френеля?
2. Когда наблюдается дифракция Френеля, а когда дифракция Фраунгофера?
3. В чём отличие дифракции Фраунгофера на круглом отверстии при освещении его монохроматическим и белым светом?

4. Почему дифракционную картину от решётки называют дифракционно - интерференционной? Какой множитель в формуле (13) является дифракционным членом, а какой – интерференционным членом?

Список рекомендуемой литературы

1. Литвинов О.С. Горелик В.С. Электромагнитные волны и оптика: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006. – 448с.
2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы: Учеб. пособие для вузов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 263с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том IV Оптика. – М.: Физматлит, 2005. – 791с.
4. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. – 351с.