

Московский Государственный технический Университет им. Н.Э.Баумана

Б.Е.Винтайкин

## ПРИМЕНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В ТЕХНИКЕ.

Методические указания к лабораторной работе Э 9 по курсу общей физики.

Под ред. В.Н. Корчагина.  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998.

Изложена теория взаимной индукция в двух контурах и основы использования этого явления для измерений силы и частоты переменных токов, магнитных полей, перемещений. Описана экспериментальная установка, позволяющая исследовать явление взаимной индукции в двух трех контурах, неоднородность магнитного поля катушек Гельмгольца и измерить перемещения с погрешностью порядка 10 микрон, регистрировать изменения частоты и сипы переменного тока. Приведена методика градуировки и использования катушек Гельмгольца и дифференциального трансформатора для измерений различных физических величин.

Для студентов 2-го курса.

**Цель работы** - изучение закона электромагнитной индукции и его применений для точного измерения перемещений и исследования пространственного распределения магнитного поля.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Согласно закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции  $\mathcal{E}$ , возникающая в замкнутом контуре, равна взятой с обратным знаком скорости изменения потока  $\Phi$  вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  через поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

При этом, в частности, изменение потока  $\Phi$  может обеспечиваться внешним контуром с изменяющимся в нем током. Теория этого явления, называемого электромагнитной индукцией в связанных контурах подробно описана в [1, 2]. Рассмотрим важные для практики стороны этого явления.

Если в первом контуре протекает ток  $\mathbf{I}_1(t) = I_{01} \sin(\omega t)$ , то во втором контуре поток будет изменяться по закону .

$$\Phi_2(t) = L_{12} \mathbf{I}_1(t) = L_{12} I_{01} \sin(\omega t) \quad (2)$$

где  $L_{12}$  - коэффициент взаимной индукции контуров 1 и 2, зависящий от формы и взаимного расположения контуров. Тогда с учетом (1) ЭДС индукции  $\mathcal{E}$  в контуре 2 выражается формулой

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\omega L_{12} I_{01} \cos(\omega t) = -\mathcal{E}_{02} \cos(\omega t) \quad (3)$$

Как видно из (3), величина  $\mathcal{E}_{02}$  зависит от величин  $L_{12}$ ,  $I_{01}$  и  $\omega$ , что дает возможность определить одну из них, зафиксировав остальные. Именно такая схема является основой многих современных измерительных приборов - электронных микрометров, измерителей силы или давления (при использовании дополнительной пружины или мембраны), амперметров переменного тока, частотомеров. Точность и чувствительность таких простых устройств очень высока, например смещения можно измерять с помощью описанной ниже лабораторной установки с погрешностью до долей микрометра, причем результаты измерений получают сразу в виде электрического сигнала, что облегчает автоматизацию измерений.

Важная для практики задача измерения магнитной индукции неоднородного поля  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ , создаваемого контуром (или их сложной системой), может быть решена с помощью явления взаим-

ной индукции. Для этого необходимо второй контур сделать «пробным» - достаточно малым, чтобы вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}_1$ , создаваемого первым контуром в каждой точке поверхности, ограниченной вторым, можно было считать примерно постоянным. На первый контур следует подать переменный ток  $I_1(t)=I_{01}\sin(\omega t)$ , с тем, чтобы  $\mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t)$  изменялось как  $\mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t)=\mathbf{B}_{01}(\mathbf{r})\sin(\omega t)$ . Тогда ЭДС индукции в пробном контуре площади  $S$

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{d\mathbf{B}}{dt} = -S \left( \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right) \cos \alpha = -\omega S |\mathbf{B}_{01}(\mathbf{r})| \cos(\omega t) \cos \alpha \quad (4)$$

окажется пропорциональной  $\mathbf{B}_{01}(\mathbf{r})\cos\alpha$ . Здесь  $\alpha$  - угол между вектором  $\mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t)$  и нормалью  $\mathbf{n}$  к плоскому контуру 2. Такой способ измерения позволяет очень просто получать распределение индукции магнитного поля в относительных единицах в случаях, когда известно, что  $\cos\alpha=1$ . Это бывает нужно для проверки однородности магнитного поля или исследования закономерностей его изменения в пространстве. Ясно, что таким способом можно определять и относительные изменения амплитуды  $I_{01}$  в удаленном недоступном контуре 1.

Зависимость амплитуды  $\mathcal{E}_2$  от  $\alpha$  позволяет определять ориентацию вектора индукции  $\mathbf{B}$  переменного магнитного поля с помощью пробного плоского контура. В тех случаях, когда нормаль  $\mathbf{n}$  перпендикулярна  $\mathbf{B}$  ( $\mathbf{B}$  лежит в плоскости контура),  $\mathcal{E}_{02}$  будет равна нулю, а когда вектор  $\mathbf{B}$  параллелен  $\mathbf{n}$ ,  $\mathcal{E}_{02}$  будет максимальна. Для более точного определения ориентации  $\mathbf{B}$  в заданной точке следует поместить центр пробного контура в эту точку и определить два положения плоскости контура, обеспечивающие равенство нулю величины  $\mathcal{E}_{02}$ . Вектор  $\mathbf{B}$  будет параллелен линии пересечения двух плоскостей, обеспечивающих равенство нулю  $\mathcal{E}_{02}$ . Можно приблизительно определять ориентацию  $\mathbf{B}$  по ориентации  $\mathbf{n}$ , поворачивая контур по разным направлениям и добиваясь максимума  $\mathcal{E}_{02}$ . Примерно такими способами осуществляют пеленгацию радиопередатчиков.

На зависимости (4) основано также измерение углов индукционным методом. Для этого используют неподвижный контур 1, создающий переменное магнитное поле, и пробный контур 2, закрепленный на поворачивающейся детали угломера. При фиксированном положении центра пробного контура,  $\omega$  и  $I_{01}$   $\mathcal{E}_{02} = \text{const}$ ; т.е.  $\alpha = \arccos(\mathcal{E}_{02}/\text{const})$  и  $\alpha=0$  при  $\mathcal{E}_{02}/\text{const}=1$ . Абсолютная погрешность  $\delta\alpha = (d\alpha/d\mathcal{E}_{02})\delta\mathcal{E}_{02} = (\delta\mathcal{E}_{02}/\text{const})/[1-(\mathcal{E}_{02}/\text{const})^2]^{1/2}$  минимальна при  $\alpha=90^\circ$ , а при  $\alpha=0^\circ$   $\delta\alpha$  неудовлетворительно велика.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА

Схема лабораторной установки приведена на рис. 1. Используются одинаковые жестко закрепленные на станине 3 соосные контуры - катушки 1 и 1' и подвижный небольшой соосный с ними контур - катушка 2, который может перемещаться вдоль этой оси. Перемещение контура 2 осуществляется микрометрическим винтом 4 с шагом винта 1 мм, возможные зазоры и люфты уничтожаются постоянным прижимом с помощью пружины 5. Контуры 1, 1', 2 соединены с клеммами 1к - 6к, через которые их можно по разному соединять как друг с другом, так и присоединять к источнику переменного напряжения - звуковому генератору (ЗГ) 6 или измерительному прибору - цифровому вольтметру (ЦВ) 7. Цифровой вольтметр имеет входное сопротивление намного больше, чем сопротивление контуров, поэтому он позволяет измерять ЭДС индукции  $\mathcal{E}$  без введения поправок на их внутреннее сопротивление.

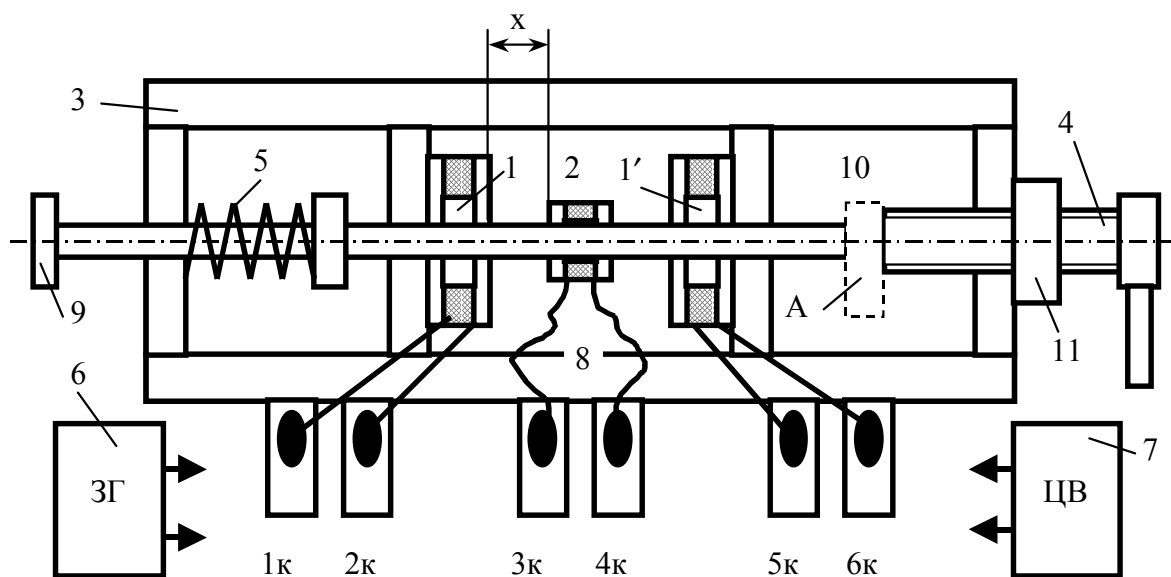


Рис.1. Схема лабораторной установки

Установка позволяет изучать взаимную индукцию в двух контурах 1 и 2, причем контур 1 может быть составлен из двух последовательно включенных контуров 1 и 1'. Использование составного контура 1+1' широко используется на практике. Дело в том, что одна катушка 1 создает очень неоднородное поле  $B$  на своей оси (см. рис. 2, а). Зависимость  $L_{12}(x)$  при этом получается сильно нелинейной, что осложняет калибровку приборов.

С целью получения зависимости  $L_{12}(x)$ , максимально приближенной к линейной, используют два одинаковых соосных контура, создающих противоположно направленные поля (у нас - катушки 1 и 1'), и одну измерительную катушку 2. Часто роль измерительной катушки играет контур 1+1', а роль катушки с током - катушка 2. Такое устройство называют дифференциальным трансформатором, поскольку его можно считать составленным из двух трансформаторов (без сердечника) - 1+2 и 1'+2, вторичные обмотки 1 и 1' которых включены навстречу друг другу. Разность ЭДС во вторичных обмотках будет приблизительно линейно зависеть от разности расстояний между контуром 2 и обмотками 1 и 1'. Такое устройство называют дифференциальным трансформатором. Зависимость  $L_{12}(x)$  для контуров 1+1' и 2 в этом случае приведена на рис.2, а. Следует заметить, что приблизительно в средней точке  $L_{12}(x)$  близко к нулю и изменяет знак, поскольку в этом месте фаза потока  $\Phi_2$  и ЭДС  $\mathcal{E}_2$  меняются на  $\pi$  (левее этой точки (см. рисунок) поток от катушки 1 превосходит противоположно направленный поток от катушки 1', а правее этой точки - наоборот, поэтому результирующий поток катушек от 1 и 1' меняет направление, а с ним и ЭДС  $\mathcal{E}_2$ ).

Дифференциальный трансформатор в настоящее время является измерительной головкой многих датчиков малых смещений, обеспечивающих точность измерений в доли микрометра, в том числе электронных микрометров, индикаторов и т.д.

Часто необходимо получать более однородное поле  $B$ . Для этого используют два соосных, создающих сонаправленные поля контура, у нас - катушки 1 и 1', называемые катушками Гельмгольца. Создаваемое ими поле оказывается сравнительно однородным, особенно в значительной по объему области вблизи оси контуров 1, 1', 2 и на примерно одинаковом расстоянии от контуров 1 и 1' (см. рис. 2, б). Такие катушки широко используются на практике, например для компенсации внешнего магнитного поля в измерительных установках, к которым необходимо обеспечить свободный доступ со всех сторон. Часто используемые для создания однородного поля соленоид или электромагнит этого сделать не позволяют, так как в этих случаях мешают

ПОЛЮСЫ И ОБМОТКИ.

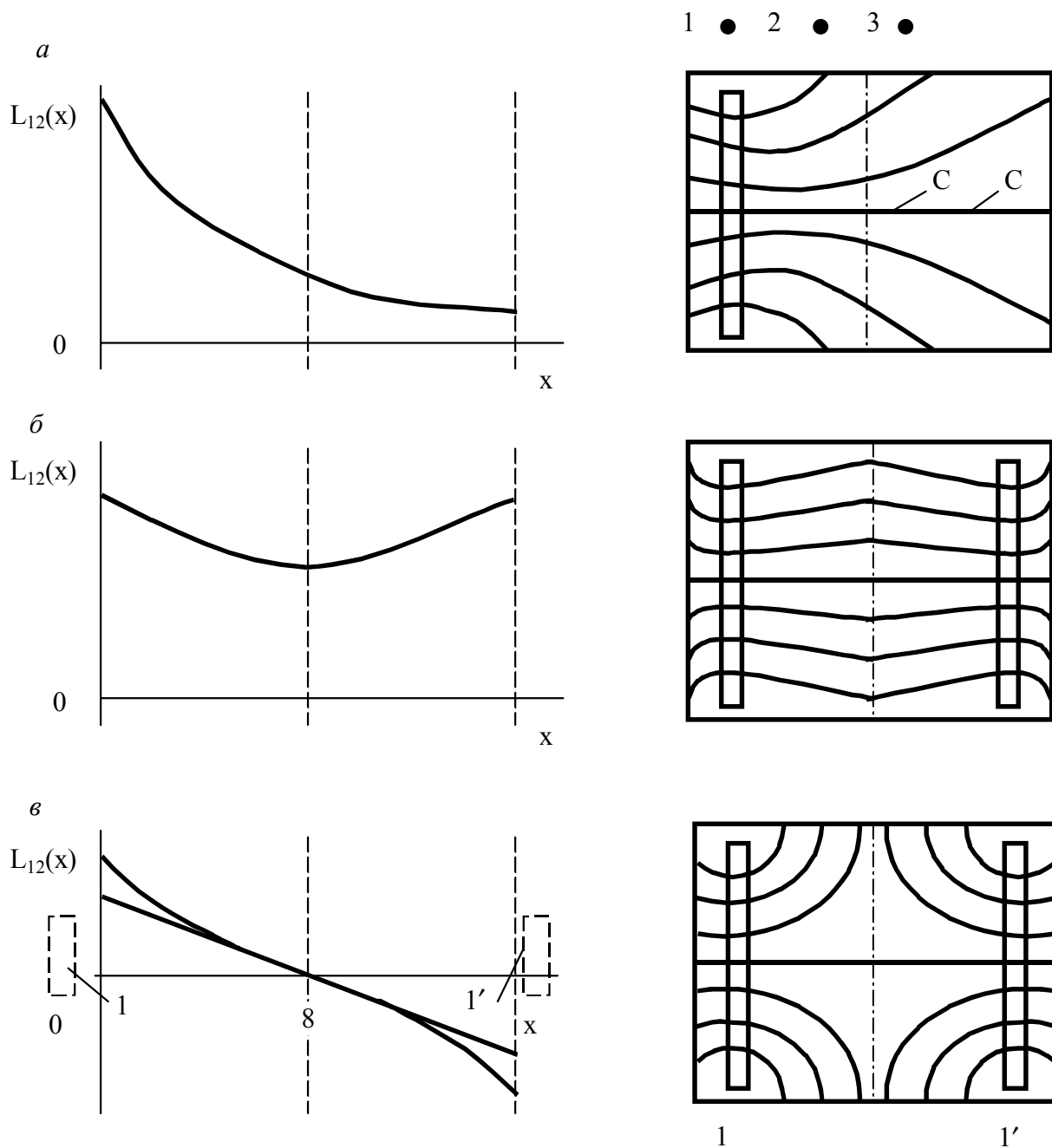


Рис. 2. Зависимость  $L_{12}(x)$  (слева) и картина силовых линий вектора магнитной индукции  $B$  (справа) для случаев одиночного контура 1 (*a*), катушек контура  $1+1'$ , соединенных как катушки Гельмгольца (*б*), катушек контура  $1+1'$  соединенных встречно (*в*).

Следует отметить, что для проведения описанных выше измерений предъявляются сравнительно высокие требования к постоянству зафиксированных параметров, например, частоты и амплитуды подаваемого на контур 1 (или  $1+1'$ ) синусоидального напряжения, для чего используется стабильный звуковой генератор. также необходимо измерять ЭДС в контуре 2 цифровым вольтметром, имеющим высокую точность и, что самое главное, очень большое входное сопротивление, обеспечивающее близость к нулю значения тока в контуре 2, что сводит к минимуму нежелательную ЭДС, действующую в контуре 1 (или  $1+1'$ ) и наведенную током в контуре 2.

## ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

**Задание 1.** *Изучение распределения магнитного поля на оси катушки.* Клеммы 1к и 2к исследуемой катушки 1 присоединить к генератору, а клеммы 3к и 4к контура 2 - к вольтметру, клеммы 5к и 6к не использовать (см. рис.1). Контур 2 установить винтом 4 на указанном на установке расстоянии от средней точки 8. Частоту генератора задать равной 800 Гц. Установить выходное напряжение генератора, указанное на установке.

Номер точки $i$	$x_i$ , мм	$\mathcal{E}_2=U_2(x_i)$ , мВ (для задания 1)	$\mathcal{E}_2=U_2(x_i)$ , мВ (для задания 2)	$\mathcal{E}_2=U_2(x_i)$ , мВ (для задания 3)
1				
2				
...				

Заносить показания напряжения с вольтметра  $U_2(x_i)$  (приблизительно равное  $\mathcal{E}_2$ ) в третий столбец таблицы, перемещая винтом 4 контур 2 с постоянным указанным на установке шагом  $\Delta x$  к центральной точке 8. Число точек  $x_i$  и положение точки  $x_1$  указано на установке. Величину  $U_2$  измерять с максимально возможной точностью - наибольшим числом значащих цифр. При перемещении контура 2 винтом 4 удобно поворачивать его на целый оборот, останавливая указатель винта 4 в нижнем вертикальном положении около отметки на корпусе установки. Этим обеспечивается постоянство шага  $\Delta x$ .

**Задание 2.** *Изучение распределения магнитного поля на оси катушек Гельмгольца.* Соединить клеммы 2к и 5к проводником, клеммы 1к и 6к присоединить к генератору, а клеммы 3к и 4к контура 2 - к вольтметру. Снять зависимость  $U_2(\mathbf{x})$  как в задании 1, результаты занести в четвертый столбец таблицы.

**Задание 3.** *Исследование дифференциального трансформатора.* Соединить клеммы 2к и 6к проводником, клеммы 1к и 5к присоединить к генератору, а клеммы 3к и 4к контура 2 - к вольтметру. Снять зависимость  $U_2(\mathbf{x})$  как в задании 1, результаты занести в пятый столбец таблицы. Следует учесть, что приблизительно в средней точке (где  $U_2(\mathbf{x})$  близко к нулю) необходимо поменять знак  $U_2(\mathbf{x})$ , поскольку в этом месте фаза потока  $\Phi_2$  и ЭДС  $\mathcal{E}_2$  меняются на  $\pi$  (левее этой точки (см. рис. 1, 2) поток от катушки 1 превосходит противоположно направленный поток от катушки 1', а правее этой точки - наоборот, поэтому результирующий поток катушек от 1 и 1' меняет направление, а с ним и ЭДС  $\mathcal{E}_2$ ). Это отмечено в теоретической части (см. также рис. 2, в).

**Задание 4.** *Использование дифференциального трансформатора для измерения перемещений.* Использовать все соединения как в задании 3. Установить катушку 2 приблизительно в среднюю точку, где  $U_2=0$ , после чего винт 4 повернуть приблизительно на два оборота так, чтобы указатель вита 4 был направлен вниз к отметке на корпусе установки, зафиксировать винт контрагайкой 11. Измерить и записать показание вольтметра  $U_2$ , обозначив его как  $U_0$ . Аккуратно оттянуть пружину за рукоятку 9 (см. рисунок) и вставить в измерительный зазор 10 измеряемую деталь А, записать показание вольтметра  $U_2$ , обозначив его как  $U_A$ . По этим данным можно будет определить размер детали (см. ниже).

**Задание 5.** *Изучение влияния частоты  $\nu$  на работу дифференциального трансформатора.* Использовать все соединения как в задании 3. Установить катушку 2 на 4 мм от средней точки,

указатель винта 4 направить вниз к отметке на корпусе установки. Измерить и записать показания вольтметра. Установить частоту генератора 900 Гц Измерить и записать показания вольтметра. Вычислить величину  $dU_2/dv$ , характеризующую влияние изменения частоты на изменение ЭДС, по формуле

$$\frac{dU_2}{dv} = \frac{U_2(900\text{Гц}) - U_2(800\text{Гц})}{100}.$$

Заметим, что зависимость ЭДС дифференциального трансформатора от  $V$  может быть использована для измерения частоты  $V$  переменного тока.

**Задание 6.** Изучение влияния неустойчивости напряжения генератора на работу дифференциального трансформатора. Использовать все соединения как в задании 3. Установить катушку 2 на 4 мм от средней точки, указатель винта 4 направить вниз к отметке на корпусе установки. Установить частоту генератора 800 Гц. Измерить и записать показания вольтметра. Установить напряжение генератора на 10% выше установленного. Измерить и записать показания вольтметра. Вычислить значение величины

$$\frac{dU_2/dU_1}{U_2/U_1},$$

характеризующей влияние изменения напряжения генератора на ЭДС дифференциального трансформатора как отношение

$$\frac{\Delta U_2/\Delta U_1}{U_2/U_1}.$$

**Задание 7.** Определение ориентации вектора индукции  $B$  переменного магнитного поля с помощью пробного плоского контура. Подключить звуковой генератор к клеммам 1к и 2к установки. установить частоту и выходное напряжение сигнала генератора в соответствии с таблицей, прилагаемой к установке. Пробный контур 2\*, прилегающий к установке, подсоединить к цифровому вольтметру. определить ориентацию вектора  $B$  в точках 1, 2, 3 (см. рис.2). для этого поместить центр контура 2\* в точку 1 и определить ориентацию  $n$ , обеспечивающую максимум  $\mathcal{E}_{02}$ . затем уточнить ориентацию  $B$ , добившись равенства  $\mathcal{E}_{02}=0$  для двух ориентаций контура 2\*. Тогда линия пересечения плоскости контура 2\* в двух случаях дает искомое направление  $B$ . Провести описанные измерения для точек 2 и 3. записать в отчет приблизительные значения угла между направлением  $B$  и осью контура 1, отмеченной линией С-С на рис.2, а для точек 1, 2, 3.

#### ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По данным таблицы построить графики  $U_2(x)$  соответственно для заданий 1 – 3. Согласно изложенному в теоретической части, зависимости  $U_2(x)$ ,  $L_{12}(x)$ ,  $B_1(x)$ , нормированные на соответствующие им максимальные значения  $\max[U_2(x)]$ ,  $\max[L_{12}(x)]$ ,  $\max[B_1(x)]$  эквивалентны.
2. По графику задания 2 определить диапазон положений  $x$  катушки 2, в котором  $U_2(x)$ , а значит и индукция поля  $B$  катушек Гельмгольца изменяются в пределах 10% от минимального значения.
3. По построенному для задания 3 графику оценить область изменения величины  $x$ , в котором зависимость  $U_2(x)$  изменяется линейно.
4. Найти чувствительность дифференциального трансформатора  $S=\Delta x/\Delta U_2$  в точке, где  $U_2=0$ , определив котангенс угла наклона касательной к графику, построенному для задания 3. Оценить погрешность измерения смещений  $\delta x$  по формуле  $\delta x=S\delta U_2$ , считая, что погрешность измерения  $\delta U_2$  составляет половину последнего разряда цифрового вольтметра.
3. Найти толщину детали  $d_A$  по значениям  $U_A$  и  $U_0$ , полученным в задании 4, по формуле

$$d_A=S(U_A -U_0).$$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объяснить понятие коэффициент взаимной индукции контуров. Чем определяется значение этой величины?
2. Объяснить принцип измерений перемещений, давления, силы и частоты электрического тока однородности магнитного поля с помощью явления электромагнитной индукции.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики В 3-х томах. М.: Наука, 1986. Т. 2.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Высшая школа, 1985.