Всероссийская олимпиада по физике среди технических ВУЗов
Внутренний тур
2024

Задача 1. Сферический резервуар, стоящий на земле, имеет радиус R. При какой наименьшей скорости камень, брошенный с поверхности земли, может перелететь через резервуар.

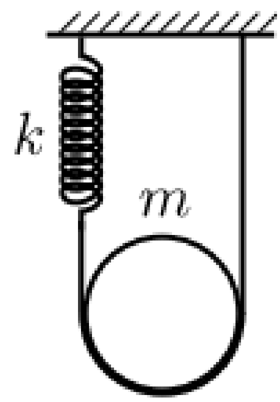
Задача 2. Брусок длины l двигался со скоростью v_0 по гладкой горизонтальной поверхности, а затем выехал на поверхность с коэффициентом трения k. Определите путь, пройденный бруском с момента торможения до полной остановки.

Задача 3. Однородный диск, с намотанной на него нерастяжимой нитью совершает вертикальные колебания с частотой ω и при этом вращается (см. рис). Масса диска равна m, определите жесткость пружины k.

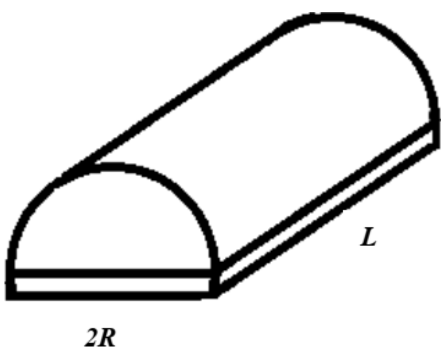
Задача 4. Определить максимальное КПД цикла совершаемое над одноатомным газом в цилиндре с рабочим объёмом, меняющимся в пределах от V_1 до V_2 . Причём теплообмен с окружающей средой происходит при максимальном или минимальном объёме.

Задача 5. Металлический полуцилиндр радиуса R длины $L \gg R$, образованный секущей плоскостью проходящей через его ось, заряжен зарядом Q. Основание этого полуцилиндра закрыто диэлектрической пластиной длины L ширины $2R$, заряженной равномерно по поверхности (см. рис). Определите заряд q диэлектрической пластины, если сила взаимодействия между пластиной и полуцилиндром равна F.

Задача 6. Длинный соленоид с плотностью намотки n, радиуса r и длины l помещен в бесконечно длинную трубку из сверхпроводника радиуса $R > r$. Определить индуктивность соленоида.



К задаче 3



К задаче 5

Решение задач

Задача 1. Высота подъема камня в высшей точке $2R = \dfrac{(V\sin(\alpha))^2}{2g}$. Радиус кривизны траектории в верхней точке должен быть равен радиусу шара $g = \dfrac{(V\cos(\alpha))^2}{R}$. Решая систему уравнений, получаем $V = \sqrt{5gR}$.
Ответ: $V = \sqrt{5gR}$.

Задача 2. Пусть x координата начала бруска. Считаем, что сила трения F пропорциональна части длины бруска, заехавшего на тормозящую поверхность - $F = \begin{cases} kmg\frac{x}{l}, & x < l \\ kmg, & x \geq l \end{cases}$. Из теоремы об изменении механической энергии системы - $\dfrac{mv_0^2}{2} = A_t$. Если до остановки брусок не заехал полностью на шерховатую поверхность - $A_t = \int\limits_0^L F\,dx = \int\limits_0^L kmg\dfrac{x}{l}\,dx = \dfrac{kmg}{l}\dfrac{L^2}{2}$ и $L = \sqrt{\dfrac{l}{kg}}v_0$. Если до остановки брусок полностью заехал на тормозящую поверхность - $A_t = \int\limits_0^L F\,dx = \int\limits_0^l kmg\dfrac{x}{l}\,dx + \int\limits_l^L kmg\,dx = \dfrac{kmgl}{2} + kmg(L-l)$ и $L = \dfrac{v_0^2 + kgl}{2kg}$.
Ответ: $L = \begin{cases} \sqrt{\frac{l}{kg}}v_0, & x < l \\ \frac{v_0^2+kgl}{2kg}, & x \geq l \end{cases}$.

Задача 3. Обозначим длину пружины в недеформированном состоянии через l_0, а в положении равновесия — через l_1. Условие равновесия обруча имеет вид: $mg = 2T = 2k(l_1 - l_0)$, где T — сила натяжения нити, перекинутой через диск. Пусть в процессе колебаний центр диска сместился вниз от положения равновесия на расстояние xи приобрёл при этом скорость $v = dx/dt$. Тогда потенциальная энергия системы с учётом условия равновесия станет равной $W_p = -mgx + \dfrac{k}{2}\left((l_1 - l_0 + 2x)^2 - (l_1 - l_0)^2\right) = -mgx + 2kx\,(l_1 - l_0) + 2kx^2 = 2kx^2$. За начало отсчёта потенциальной энергии выбрано положение равновесия оси диска. Кинетическая энергия диска складывается из энергий его поступательного и вращательного движений и равна $W_k = \dfrac{3}{4}mv^2$. Проводя аналогию с $W = \dfrac{m'v^2}{2} + \dfrac{k'x^2}{2}$ и $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, получаем $\omega = \sqrt{\dfrac{8k}{3m}}$.
Ответ: $k = \dfrac{3m\omega^2}{8}$.

Задача 4. Две изохоры 1-2, 3-4 и две адиабаты 1-4, 2-3: $T_1V_1^{\gamma-1} = T_4V_2^{\gamma-1}$, $T_2V_1^{\gamma-1} = T_3V_2^{\gamma-1}$. Тогда $V_1^{\gamma-1}(T_2 - T_1) = V_2^{\gamma-1}(T_3 - T_4)$, $Q_1 = C_v(T_2 - T_1)$, $Q_2 = C_v(T_3 - T_4)$, $\eta = 1 - \dfrac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} = 1 - \dfrac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$
Ответ: $\eta = 1 - \dfrac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$.

Задача 5. Разобьем поверхность цилиндра на площадки $dl \times L$. Заряд на этих площадках dQ создает поток через основание цилиндра $d\Phi = \dfrac{dQ}{4\epsilon_0}$ вне зависимости от положения площадки. $F = \displaystyle\int E_n \frac{q}{2RL} dS = \frac{q}{2RL} \int E_n dS = \frac{q}{2RL}\Phi = \frac{qQ}{8RL\epsilon_0}$.

Ответ: $q = \dfrac{8FRL\epsilon_0}{Q}$.

Задача 6. Ток в соленоиде равен I_0, а в сверхпроводнике I. Магнитный поток в сверхпроводнике равен 0: $\pi r^2 \mu_0 n I_0 - \pi R^2 \mu_0 \dfrac{I}{l} = 0$. Магнитное поле в соленоиде: $B = \mu_0 n I_0 - \mu_0 \dfrac{I}{l} = \mu_0 \left(n I_0 - I_0 \dfrac{r^2}{R^2} n \right) = \mu_0 n I_0 \left(1 - \dfrac{r^2}{R^2} \right)$.

Ответ: $L = \mu_0 n^2 l \pi r^2 \left(1 - \dfrac{r^2}{R^2} \right)$.