

## Дискретная математика, ФН, 6-й семестр

### Вопросы для подготовки к зачету

1. Булевы алгебры. Доказать, что  $\mathbb{B}^n$  с булевыми покомпонентными операциями есть булева алгебра. Булев куб как кольцо. Полиномы Жегалкина.
2. Табличный способ задания булевых функций. Наиболее распространенные булевы функции одной, двух и трех переменных.
3. Понятие формулы над заданным множеством. Соответствие между булевыми функциями и формулами. Эквивалентные функции и эквивалентные формулы.
4. Замыкание множества булевых функций. Замкнутые и полные множества функций. Полнота стандартного базиса и базиса Жегалкина. Базисы из одной функции.
5. Теорема о замене подформулы эквивалентной и теорема о замене переменной в эквивалентных формулах.
6. Понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) и конъюнктивной нормальной формы (КНФ). Теорема о представлении формулы в ДНФ и КНФ.
7. Классы Поста. Доказательство их замкнутости.
8. Доказательство критерия Поста. Проверка множеств функций на полноту.
9. Минимальные и кратчайшие ДНФ. Их построение. Метод Квайна.
10. Алгебра высказываний. Пропозициональные формулы и истинностные функции. Теорема о соответствии между пропозициональными формулами и истинностными функциями. Эквивалентные пропозициональные формулы.
11. Типы формул: тавтологии, опровержимые формулы, противоречия. Теорема о правиле *modus ponens*.
12. Теорема об эквивалентной замене в пропозициональной формуле и ее следствия.
13. Способы получения эквивалентных формул. Теорема о ДНФ.
14. Понятие исчисления. Исчисление высказываний. Язык исчисления и метаязык.
15. Схемы аксиом исчисления высказываний. Понятие вывода в исчислении высказываний. Секвенции.
16. Теорема о дедукции в исчислении высказываний.
17. Техника естественного вывода. Структурные правила естественного вывода.
18. Логические правила естественного вывода.
19. Класс выводимых формул в исчислении высказываний. Доказать, что любая выводимая формула в исчислении высказываний есть тавтология.
20. Теорема о выводимости формулы, построенной на переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
21. Теорема о выводимости в исчислении высказываний любой тавтологии.
22. Понятие полноты, непротиворечивости и разрешимости исчисления. Полнота, непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний.
23. Понятие логико-математического языка. Функциональная сложность терма. Логическая сложность формулы. Свободные и связанные вхождения переменных в формулу. Формулы замкнутые и незамкнутые.
24. Переименование переменных и коллизия переменных при переименовании. Конгруэнтные формулы. Свойство чистоты переменных.
25. Понятие подстановки в логико-математическом языке. Лемма о чистоте переменных.
26. Понятие интерпретации логико-математического языка. Оценка формулы. Примеры.
27. Понятие логического закона в логико-математическом языке. Законы модели. Примеры. Логически эквивалентные формулы.
28. Замены в формулах. Правило замены эквивалентным.
29. Предваренная (пренексная) нормальная форма. Теорема о существовании предваренной нормальной формы.
30. Исчисление предикатов. Особенности вывода в исчислении предикатов. Лемма об истинности в исчислении предикатов.

31. Техника естественного вывода в исчислении предикатов.
32. Основные понятия теории графов. Графы и орграфы. Степени вершин. Подграфы, остовные подграфы, порожденные подграфы. Гомоморфизм графов. Изоморфные графы.
33. Понятие связности графов и орграфов. Компоненты связности.
34. Способы представления графов. Матрицы инцидентности, смежности, достижимости. Граф как отношение на множестве.
35. Неориентированное дерево. Теорема об эквивалентности условий, определяющих дерево.
36. Остов графа. Теорема о существовании остова у связного графа. Максимальный остовный лес. Способы построения остова (максимального остовного леса).
37. Остов наименьшего веса и алгоритмы его построения.
38. Задача о путях в размеченном графе и алгоритм Дейкстры.
39. Решение задачи о путях с использованием теории полудокулец.
40. Понятие фундаментального цикла. Количество фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Алгоритм поиска фундаментальных циклов.
41. Разрезы. Понятие фундаментального разреза. Поиск фундаментальных разрезов. Связь с системой фундаментальных циклов.
42. Эйлеровы цепи и циклы. Критерий существования.

### Типы задач в зачетных билетах

1. Задачи на представление булевых функций (вектор, формула, полином Жегалкина).
2. Задачи на минимизацию ДНФ.
3. Задачи на полноту систем функций.
4. Задачи на вывод в исчислении высказываний.
5. Задачи на проверку истинности или выполнимости формул в исчислении предикатов.
6. Задачи на построение предваренной нормальной формы.
7. Задачи на изоморфизм графов.
8. Задачи на проверку больших графов на связность и существование циклов.
9. Задачи на поиск кратчайших путей и построение матрицы достижимости.
10. Задачи на построение системы фундаментальных циклов и системы фундаментальных разрезов.
11. Некоторые задачи на графы теоретического плана.